ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 MAI 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Observations sur l'action de divers colorants sur les cellules végétales vivantes.* Note de MM. **Alexandre Guilliermond** et **Roger Gautheret**.

Poursuivant nos recherches sur la coloration vitale, nous avons essayé l'action d'un grand nombre de colorants sur des cellules vivantes appartenant aux groupes végétaux les plus divers : *Oidium lactis*, Levures, *Saprolegnia*, Spirogyres, *Mougeotia*, Desmidiées, épidermes des écailles bulbaires d'*Allium Cepa*, des feuilles d'*Iris germanica*, des feuilles et des pièces du périanthe de Tulipe, feuilles d'*Elodea canadensis*, racines de Blé et d'Orge. Ces observations ont été faites entre lame et lamelle dans du liquide de Ringer additionné de petites doses du colorant essayé. La conservation des courants cytoplasmiques constituait la preuve que les cellules colorées étaient vivantes; dans les cas douteux, nous avons eu recours à un critérium plus discutable, au pouvoir des cellules d'être plasmolysées. Ces observations ont été complétées par des essais de culture de Champignons ou des germinations de graines dans des milieux additionnés des mêmes colorants, mais dont nous ne parlerons que dans une Note ultérieure.

Nos observations nous ont amenés à confirmer que, d'une manière générale, ce sont seulement les colorants basiques qui pénètrent dans les cellules vivantes et y produisent des colorations vitales. Elles nous ont permis, d'après la manière dont ils se comportent vis-à-vis des cellules vivantes, de distinguer parmi ceux-ci plusieurs groupes que nous passerons sucessivement en revue.

1. Le rouge neutre, de beaucoup le moins toxique, qui pénètre avec la plus grande facilité dans les cellules vivantes, traverse le cytoplasme sans lui donner aucune coloration visible et s'accumule exclusivement et d'une manière intense dans les vacuoles. Ce colorant produit une coloration *essentiellement vitale*, car dès que la cellule meurt, la vacuole se décolore instantanément et le colorant vient se fixer sur le cytoplasme et le noyau, en sorte que le fait qu'une cellule a ses vacuoles colorées par le rouge neutre est la meilleure preuve qu'elle est vivante. C'est un colorant qui, du point de vue cytologique, mérite le nom de *colorant vacuolaire*, en raison de sa spécificité pour les vacuoles. Il semble que le violet neutre se comporte de même.

2. Les colorants basiques, tels le bleu de crésyl, le bleu de nil, le bleu de naphtylène, le bleu de naphtylamine, qui sont presque aussi électifs que le rouge neutre pour les vacuoles et les colorent toujours quelle que soit la nature de leur contenu, mais peuvent se fixer en même temps sur le cytoplasme et le noyau. Employés à doses très diluées, ces colorants s'accumulent exclusivement dans les vacuoles, mais, à concentration plus élevée et surtout si le milieu est très alcalin, ils peuvent donner une teinte diffuse au cytoplasme et au noyau dans des cellules bien vivantes, manifestant une circulation du cytoplasme, mais déjà en souffrance et dans une période qui précède immédiatement leur mort. Parfois même, ces colorants peuvent donner une teinte très faible aux chondriosomes et aux plastes.

3. Les colorants basiques, qui n'ont qu'une moindre électivité pour les vacuoles et ne s'accumulent dans celles-ci que dans certaines conditions, en particulier lorsqu'elles renferment des composés phénoliques (pigments oxyflavoniques et anthocyaniques, tanins). Parmi ces colorants, il en est qui pénètrent très facilement dans les cellules vivantes, telle que la chrysoïdine, et d'autres qui ne pénètrent que plus difficilement après un temps plus ou moins long comme le brun Bismarck, la rhodamine, la pyronine B, la fuchsine basique et la safranine, la thionine. Certains de ces colorants peuvent, en même temps, donner dans certains cas, une coloration diffuse au cytoplasme et au noyau dans des cellules bien vivantes et présentant des courants cytoplasmiques; c'est le cas du brun de Bismarck, et surtout de la chrysoïdine et de la rhodamine. De tous ces colorants, la chrysoïdine se distingue par la facilité remarquable avec laquelle elle se fixe sur le cytoplasme et le noyau dans les cellules vivantes : ce colorant liposoluble peut également à la longue s'accumuler dans les inclusions lipidiques du cytoplasme. A ce groupe, doivent être rattachés le bleu de méthylène, le bleu de toluidine et l'azur II qui se comportent d'une

manière un peu spéciale : ces colorants sont d'abord fortement adsorbés par les membranes cellulosiques, puis pénètrent très lentement et en petites quantités dans les cellules et, dans certaines conditions, en particulier, lorsque les vacuoles renferment des composés phénoliques, sont susceptibles de s'accumuler exclusivement dans le suc vacuolaire. Le bleu de méthylène peut colorer, en même temps, d'une manière faible quoique très distincte les chondriosomes et les plastes.

4. Les colorants basiques très toxiques, qui montrent une électivité particulière pour les chondriosomes et les plastes. Parmi ceux-ci, on ne connaissait jusqu'à présent que le vert Janus, le violet Dahlia et le violet de méthyle 5B; nos recherches ont établi que beaucoup d'autres colorants jouissent de cette propriété, à divers degrés, tels le crystal violet, le violet Hoffmann, le violet de Gentiane, le vert de méthyle, le vert d'iode, le vert malachite, le noir Janus et le bleu Victoria B.

Tous ces colorants se comportent sensiblement de la même manière : ils se fixent d'abord exclusivement sur les chondriosomes et les plastes auxquels ils confèrent une teinte plus ou moins accentuée, à un moment où la cellule est parfaitement vivante et présente des courants cytoplasmiques. Celle-ci, très marquée avec le vert Janus, le crystal violet, le violet Hoffmann, le violet de Gentiane, le violet de méthyle 5B et le violet Dahlia, est plus discrète avec le noir Janus, le vert de méthyle, le vert d'iode, le vert malachite et le bleu Victoria B. Ensuite, alors que les courants cytoplasmiques persistent encore, le noyau prend une teinte diffuse très nette, puis le cytoplasme, à son tour, se colore faiblement et, au bout de peu de temps, les cellules meurent. Ces colorants peuvent s'accumuler aussi dans les vacuoles, surtout lorsque celles-ci renferment des composés phénoliques. Parmi ces colorants, le vert Janus et le noir Janus se distinguent cependant de tous les autres parce qu'ils colorent les chondriosomes d'une manière beaucoup plus intense que les plastes et ne donnent ordinairement pas de coloration au noyau tant que la cellule est en vie.

La plupart des colorants acides, tous plus ou moins toxiques, qui pénètrent dans les cellules vivantes (éosine, érythrosine, vert acide, rose Bengale), ne le font que très difficilement, au bout d'un temps plus ou moins prolongé selon les cas et dans des conditions très particulières, dans les périodes qui précèdent la mort des cellules, par suite d'une modification de la perméabilité. Parmi ces colorants, l'un fait exception, c'est l'aurantia, qui pénètre instantanément dans les cellules, mais les tue en même temps qu'il se fixe sur leur cytoplasme.

A côté des colorants que nous venons de mentionner, il en est un certain nombre, acides ou basiques, qui ne pénètrent jamais dans les cellules ou tout au moins n'y pénètrent qu'en quantité insignifiante et ne déterminent aucune coloration visible même lorsque les cellules ont été plasmolysées (rouge vital, nigrosine, rouge Janus, bleu Janus, mauvéine, fuchsine acide, vert lumière, bleu de bromophénol, rouge de phénol, bleu de bromothymol, bromocrésolpourpre, rouge de crésol, bleu de méthyle, orangé III, bleu de Pyroll, bleu coton).

Il ressort donc de ces observations que, comme l'ont montré Küster et d'autres auteurs, le nombre des colorants capables de pénétrer dans les cellules vivantes et d'y produire des colorations vitales est beaucoup plus élevé qu'on ne le pensait. En outre, nos recherches montrent que, d'une manière générale, les cellules ne sont perméables aux colorants acides que dans des conditions spéciales, tandis que ce sont seuls les colorants basiques qui pénètrent ordinairement dans la cellule. Les uns se fixent facilement sur le cytoplasme et le noyau : ce sont les plus toxiques. D'autres, moins toxiques, colorent à la fois le cytoplasme et les vacuoles. Enfin, certains s'accumulent exclusivement dans les vacuoles ; ce sont précisément les moins toxiques. Il est donc permis de se demander si le degré de toxicité des colorants ne serait pas en relation directe avec l'affinité que le cytoplasme manifeste à leur égard.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le problème inverse de la théorie de la meilleure approximation des fonctions continues.* Note [1] de M. **Serge Bernstein.**

Soit $E_0 \geqq E_1 \geqq \ldots \geqq E_n \geqq \ldots$ une suite arbitraire monotone de nombres donnés tendant vers zéro. Il s'agit de savoir s'il existe une fonction continue $f(x)$ *normée par la condition que*

$$\text{Max} f(x) = -\text{Min} f(x) = E_0, \tag{1}$$

sur le segment $\overline{01}$, *telle que l'on ait pour toute valeur de* $n \geqq 0$,

$$E_n[f(x)] = E_n, \tag{2}$$

où $E_n f(x)$ désigne la meilleure approximation de $f(x)$, par des poly-

---

[1] Séance du 9 mai 1938.

nomes de degré n sur ce segment. Nous allons voir que la réponse est *affirmative* [2] : si toutes les valeurs E_n sont positives, il existe une infinité *non dénombrable* de fonctions *irréductibles* (c'est-à-dire, telles que la différence entre deux de ces fonctions n'est pas égale à un polynome) satisfaisant aux conditions (1) et (2) et, de plus, à chacune de ces fonctions il correspond une infinité *dénombrable* de fonctions satisfaisant aux mêmes conditions (1) et (2) qui s'en déduisent par l'addition de certains polynomes.

Dans ce but, observons d'abord que, *quelles que soient les fonctions continues $f(x)$ et $\varphi(x)$, la fonction*

$$F(\lambda) = E_n[f(x) + \lambda\varphi(x)]$$

est convexe. En effet, à cause du fait que la meilleure approximation de la somme de deux fonctions ne peut pas dépasser la somme de leurs meilleures approximations, nous avons

$$F(\lambda + h) + F(\lambda - h) \geqq 2F(\lambda)$$

pour toute valeur de λ et h.

Soit $R_{n+1}(x)$ le polynome d'approximation de degré $\overline{n+1}$ de $f(x)$. Il résulte alors de ce qui précède que l'*équation*

$$(3) \qquad F(\lambda) = E_n[f(x) - R_{n+1}(x) + \lambda x^{n+1}] = E_n$$

admettra nécessairement une solution unique positive $\lambda = \lambda_0 > 0$ et une solution unique négative $\lambda = \lambda_1 < 0$, pourvu que $E_{n+1}[f(x)] < E_n$, car le minimum de $F(\lambda)$ égal à $E_{n+1}[f(x)]$ est atteint pour $\lambda = 0$. Donc, pour ces deux valeurs de λ, toutes les fonctions

$$\mathcal{F}(x) = f(x) - R_{n+1}(x) + \lambda x^{n+1} + P_n(x),$$

où $P_n(x)$ est un polynome quelconque de degré n, satisfaisant à (3), se répartissent en deux classes différentes qui se distinguent par le signe du coefficient λ du terme du plus haut degré de leur polynome d'approximation de degré $n+1$.

En continuant de la même façon nous pouvons par conséquent en partant d'une fonction quelconque $f(x)$, telle que $E_{n+1}f(x) < E_n$, construire 2^s

---

[2] Il n'y aurait rien à changer dans ce qui suit, si le segment $\overline{O\,1}$ était remplacé par un ensemble fermé quelconque et, même, si on remplaçait les polynomes algébriques par des polynomes d'un système quelconque de Tchebycheff.

fonctions distinctes, se déduisant de $f(x)$ par l'addition de certains polynomes bien déterminés de degré $n+1$ jouissant de la propriété que

$$E_m[\mathcal{F}(x)] = E_m \qquad (m = 0, 1, \ldots, n),$$

normées par la condition (1), où s est le nombre des valeurs différentes de E_m pour $m \leqq n$. En particulier, *dans le cas, où* $E_{n+1} = 0$, *il existe exactement* 2^s *polynomes de degré* $n+1$ *satisfaisant aux conditions* (1) *et* (2) *qui se distinguent par l'ensemble des signes des termes de degré le plus élevé de leurs polynomes d'approximation des degrés* $m \leqq n+1$.

Il est naturel, d'après ce qui précède, *d'attribuer un signe à la meilleure approximation de* $f(x)$ par des polynomes $R_n(x)$ de degré n : celui du coefficient (3) (non nul) du terme de degré le plus élevé du polynome d'approximation de moindre degré supérieur à n.

Ceci posé, nous pouvons préciser l'affirmation faite au début.

Théorème. — *Quelle que soit la suite des nombres réels* : $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n, \ldots$, *de modules non croissants tendant vers zéro, il existe une fonction* $f(x)$ (*normée*) *telle que*

$$(4) \qquad E_n[f(x)] = \alpha_n. \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

En effet, en appliquant la méthode indiquée, nous pouvons construire pour toute valeur de n un polynome $f_n(x)$ de degré n, tel que

$$E_m[f_n(x)] = \alpha_m \qquad (m < n).$$

Soit $R_{m,n}(x)$ son polynome d'approximation de degré m. Les polynomes $R_{m,n}(x)$ étant bornés ($|R_{m,n}(x)| \leqq 2|\alpha_0|$), il existera une succession n_l croissante de nombres n, telle que

$$\lim_{n_l = \infty} R_{m,n_l}(x) = R_m(x)$$

pour toute valeur donnée de m, où $R_m(x)$ est un polynome de degré m. De plus, on peut fixer un nombre N_m assez grand pour que

$$|f_{n_l}(x) - R_m(x)| < 2|\alpha_m|$$

pour toute valeur de $n_l \geqq N_m$. Donc, quel que soit $\varepsilon > 0$, il existera un nombre N assez grand pour que l'on ait

$$|f_{n_l}(x) - f_{n_k}(x)| < \varepsilon,$$

(3) C'est aussi le signe de la différence $f(x) - R_n(x)$ au dernier point, où celle-ci atteint son module maximum $|E_n f(x)|$.

dès que $n_l \geq N$, $n_k \geq N$; cela signifie que $f_{n_l}(x)$ tend uniformément vers une fonction $f(x)$, et celle-ci jouit de la propriété voulue

$$\acute{E}_m[f(x)] = \lim_{n_l=\infty} E_m[f_{n_l}(x)] = \alpha_m,$$

admettant $R_m(x)$ pour polynome d'approximation.

Il est vraisemblable que la fonction $f(x)$ (normée) définie par la suite des nombres réels α_n est *unique* (comme dans le cas où $\alpha_n = 0$ pour n assez grand); mais je n'en possède pas de démonstration générale qui ne fasse pas intervenir une hypothèse plus ou moins restrictive sur la rapidité de la décroissance de $|\alpha_n|$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'obtention des deux acides méthyl-2-cyclohexanol-1-carbonique-1-stéréoisomères.* Note [1] de M. **Marcel Godchot** et Mlle **Germaine Cauquil**.

Après avoir récemment fait connaître les résultats obtenus par nous [2] en faisant agir le cyanure de potassium sur la combinaison bisulfitique de la méthyl-3-cyclohexanone active ou inactive ainsi que de la méthyl-4-cyclohexanone, nous nous proposons, dans cette Note, d'indiquer l'action de ce même cyanure sur la méthyl-2-cyclohexanone.

Si l'on fait agir à froid une solution saturée de cyanure de potassium (200^g dans le minimum d'eau) sur la combinaison bisulfitique de 200^g de méthyl-2-cyclohexanone, on constate, après agitation, l'apparition d'une couche huileuse constituée par la cyanhydrine qui a pris naissance. Cette dernière, traitée à 100° par l'acide chlorhydrique concentré, se transforme partiellement (environ 20 pour 100) en acide méthyl-2-cyclohexanol-1-carbonique-1-soluble dans une solution de carbonate de potassium, tandis qu'on isole une fraction importante de produits neutres, très sirupeux, assez colorés et résultant de condensation de plusieurs molécules cyclohexaniques entre elles.

Le produit acide, retiré du sel de potassium après acidulation, cristallise; il est constitué par un mélange des deux acides méthyl-2-cyclohexanol-1-carbonique-1-stéréoisomères

HOOC—|—OH (—CH^3)   HO—|—COOH (—CH^3)

---

(1) Séance du 16 mai 1938.

(2) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 1042, et **204**, 1937, p. 77.

En effet, par cristallisation fractionnée dans le benzène additionné d'éther de pétrole, on isole ces deux acides l'un prédominant et peu soluble, fusible à 109°, l'autre en quantité faible, bien plus soluble et fusible vers 70-71°; l'analyse confirme leur identité chimique et ils ne doivent différer entre eux que par la position dans l'espace du radical méthyle par rapport au groupement hydroxylé ou carboxylé. Jusqu'ici on ne connaissait que l'acide le moins soluble (F. 109°) préparé pour la première fois par W. Sernow ([3]) par action de la potasse sur l'acide 2-méthyl-1-bromo-cyclohexane-carbonique-1.

Si on traite les produits neutres condensés signalés plus haut par une solution de potasse à 30 pour 100, à l'ébullition, on peut en retirer une certaine quantité de méthyl-2-cyclohexanone et d'acide méthyl-2-cyclohexanol-1-carbonique-1 fusible à 109°. Ce fait permet d'attribuer vraisemblablement à ces produits condensés, ou tout au moins à une fraction d'entre eux, une constitution résultant de l'union de deux molécules d'acide avec élimination d'eau et d'acide formique :

CH^3 CH^3 CH^3 CH

—O—OC— ou —O—OC—

OH OH

L'estérification du mélange brut des deux acides par chauffage avec son poids d'alcool méthylique et la moitié de son poids d'acide sulfurique concentré fournit le mélange des deux esters méthyliques stéréoisomères, fractionnables par distillation dans le vide :

	Eb_{15}.	$d^{20°}_{4°}$.	n^{20}_{D}.	R. M. trouvée.
A..........	89-90°	1,0245	1,4551	45,56
	R. M. calculé pour $C^9H^{16}O^3$ 44,74			
B..........	99°	1,0468	1,4553	44,63

γ_{21} 36,8 dynes/cm; Parachor trouvé 401,6; calculé 406.

L'ester bouillant le plus haut est celui qui est recueilli en grande quantité. Si l'on traite à froid ces deux esters méthyliques par une solution aqueuse saturée d'ammoniaque, on ne constate la disparition de la couche huileuse qu'après cinq ou six jours, et l'évaporation ultérieure de la solution n'abandonne pas l'amide attendue mais le sel ammoniacal de l'acide

([3]) *Berichte der deutsche Ghemie Ges.*, **32**, 1899, p. 1169.

correspondant à l'ester; ce sel ammoniacal, traité par l'acide sulfurique dilué, fournit en partant de l'ester A l'acide F. 70-71° et en partant de l'ester B l'acide F. 109°. Chacun de ces acides traité par l'aniline à l'ébullition se transforme en anilide; l'acide (F. 70-71°) donne une anilide cristallisée dans l'éther de pétrole et fusible à 84°, tandis que son isomère (F. 109°) fournit une anilide cristallisée et fusible à 129°.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Le sodium atmosphérique.*
Note (¹) de MM. **Jean Cabannes**, **Jean Dufay** et **Junior Gauzit**.

Dans nos deux dernières Notes (²), (³), nous avons définitivement identifié la radiation jaune du ciel nocturne avec le doublet 5890-5896 Å de l'atome de sodium. La présente Note précise et complète les résultats déjà publiés.

1° *Intensité relative des deux composantes du doublet.* — Nos premières mesures (²) avaient placé le centre de gravité du doublet en 5894 ± 1 Å; nous en avions conclu que, dans le ciel nocturne, les deux composantes D_1 et D_2 ont même intensité (comme on l'observe dans les noyaux cométaires). L'étude interférentielle n'a pas confirmé ce résultat. On voit sur la figure que la composante D_1 donne des anneaux plus faibles que D_2 (⁴); le rapport des intensités est voisin du rapport théorique 1/2.

2° *Altitude de la couche luminescente.* — Les observations de Garrigue au Pic du Midi, en décembre 1935 et janvier 1936, donnent le rapport B_H/B_Z des intensités de la radiation jaune à l'horizon et au zénith. La moyenne des intensités, d'ailleurs assez voisines, mesurées par Garrigue dans les différents azimuts à 10° au-dessus de l'horizon, est environ 2,8 fois plus grande que l'intensité au zénith (⁵). On peut tirer de ce nombre l'altitude de la couche luminescente supposée homogène et étroite. Lorsque nous

(¹) Séance du 16 mai 1938.

(²) J. Cabannes et J. Dufay, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 221.

(³) J. Cabannes, J. Dufay et J. Gauzit, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 870.

(⁴) Les anneaux du ciel étant plus faibles que ceux de la flamme, nous avons dû, pour la reproduction, accentuer davantage les contrastes; c'est ce qui crée une différence d'aspect entre les deux moitiés de la figure avec affaiblissement exagéré dans le ciel des anneaux D_1 par rapport aux anneaux D_2.

(⁵) Dans la Note du 24 janvier 1938, *au lieu de* la radiation s'affaiblit dans le rapport de 3 à 2, *lire* de 3 à 1.

observons un point du ciel, la brillance apparente est la somme d'un terme TB_0 qui mesure la brillance réelle B_0 du ciel au point visé, réduite par l'absorption atmosphérique, et d'un terme B' qui provient de ce que la basse atmosphère diffuse tout le long du rayon visuel la lumière émise par l'ensemble de la voûte céleste. L'équation $B = TB_0 + B'$ peut être appliquée aux quatre cas suivants : luminescence *monochromatique* de la couche de sodium atmosphérique à 10° sur l'horizon et au zénith; diffusion *continue* de la lumière des astres par les particules intersidérales suivant les deux mêmes directions. L'observation du spectre continu donne assez régulièrement

$$(1) \qquad \frac{B_H}{B_Z} = \frac{T_H + \left(\frac{B'_H}{B_0}\right)}{T_Z + \left(\frac{B'_Z}{B_0}\right)} = 0{,}86.$$

L'un de nous ([6]) a calculé autrefois B'_Z/B_0 et trouvé 0,03. On tire alors de la formule précédente $B'_H/B_0 = 0{,}165$. Dans le cas de la couche luminescente (supposée à l'altitude h) la brillance du ciel à la distance zénithale z est proportionnelle à $\sec\alpha$, avec $\sin\alpha/\sin z = R/(R+h)$ (R rayon terrestre), et l'on a

$$(2) \qquad \frac{B_H}{B_Z} = \frac{T_H \sec\alpha + \left(\frac{B'_H}{B_0}\right)}{T_Z + \left(\frac{B'_Z}{B_0}\right)} = 2{,}8,$$

d'où l'on tire $\sec\alpha = 3{,}83$ et $h = 130^{km}$. L'incertitude sur l'altitude provient surtout de l'incertitude actuelle sur le rapport exact des intensités de la raie jaune à l'horizon et au zénith.

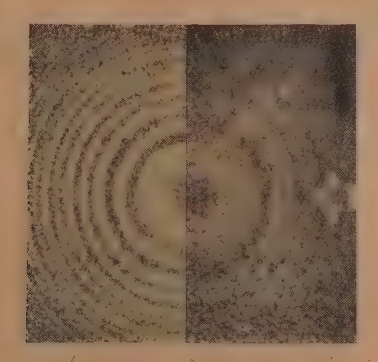
3° *Fréquence des transitions* $^2P \rightarrow {}^2S$. — Le rapport entre l'intensité énergétique du doublet jaune et celle de la raie verte des aurores change constamment d'une nuit à l'autre et au cours d'une même nuit. Pendant l'hiver 1935-1936, Garrigue l'a vu varier de 0,25 à 1,3. Mais, si l'on prend comme unité l'intensité moyenne de la raie verte, celle du doublet jaune a pour valeur 0,48. Évaluant à 1,35 erg/sec/m² l'intensité moyenne de la raie verte, nous obtenons pour la radiation jaune 0,65 erg/sec/m², énergie libérée par 2×10^{11} transitions $^2P \rightarrow {}^2S$.

4° *Origine du sodium atmosphérique*. — A l'altitude de 130^{km} la tempéra-

---

([6]) J. Dufay, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1928, p. 133.

ture de l'atmosphère (7) ne dépasse pas 200°C. On ne peut donc pas penser à un effet thermique pour expliquer l'émission des raies D. Le problème d'ailleurs est double. Quelle est l'origine du sodium atmosphérique? Quelle est la raison pour laquelle il devient lumineux (8) à une altitude voisine de 130^{km}? Ces atomes de sodium pourraient avoir une origine terrestre ou cosmique. La première hypothèse paraît insoutenable : on ne



A droite, anneaux à l'infini obtenus la nuit, du 30 mars au 2 avril 1938.
(Épaisseur de l'étalon $0^{mm},15$; objectif F/1; 22 heures de pose.)
A gauche, anneaux de comparaison fournis par la flamme du sodium.

voit pas comment une fine poussière de sels de sodium peut être dissociée dans son trajet ascendant du niveau de la mer à l'altitude de 130^{km}. Nous pensons à une origine cosmique. La Terre reçoit chaque année, des météorites, un dépôt de 4^{g} au kilomètre carré; la proportion de sodium en poids y est de $7,2.10^{-3}$. Il nous arrive donc, par seconde et par mètre carré, $2,5.10^{7}$ atomes de sodium. Le rayonnement jaune du ciel nocturne pourrait être un phénomène de luminescence accompagnant la chute des météorites; il révélerait le continuel bombardement de notre atmosphère par les poussières cosmiques. Chaque atome de sodium subirait 8000 transitions avant de s'éteindre définitivement. A l'appui de cette hypothèse nous ferons remarquer que c'est à une altitude voisine de 130^{km} qu'apparaissent les météores.

---

(7) D. F. Martyn et O. O. Pulley, *Proceedings of the Royal Society*, 154, 1936, p. 455.

(8) Il s'agit ici de la luminescence pendant la nuit. On sait que le rayonnement solaire accroît l'intensité de la radiation 5893 dans le ciel et que cet accroissement d'intensité est visible au crépuscule.

La présence du sodium dans la haute atmosphère conduit à y rechercher d'autres éléments. Les atomes les plus abondants dans les météorites pierreuses (⁹) comme dans les roches terrestres sont, après ceux de l'oxygène, Si, Mg, Fe, S, Al, Ca, Ni. Il est à remarquer qu'il n'y a rien à attendre des atomes Si, Mg, S; les raies que pourrait donner le fer sont nombreuses et par suite probablement trop faibles. Seuls le calcium et l'aluminium doivent retenir notre attention. La raie de résonance de l'atome neutre de calcium a pour longueur d'onde 4226,73 Å; nous avons effectivement observé une raie en 4226 dans le spectre du ciel nocturne. Il y aurait lieu de chercher aussi si l'on ne peut pas identifier avec les raies 3944-3961 de l'aluminium certaines radiations très voisines du spectre du ciel nocturne.

NOMINATIONS.

MM. **M. de Broglie** et **E. Esclangon** sont désignés pour représenter l'Académie à la célébration du Centenaire de la *Société des Gens de Lettres de France*, le 31 mai 1938.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité des suffrages exprimés, M. **Émile Picard** est désigné au choix de l'Institut pour faire partie du *Conseil supérieur de l'Instruction Publique*.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **É. Picard**, **É. Borel**, **Ch. Fabry**, pour la division des Sciences mathématiques; **A. Lacroix**, **M. Caullery**, **Ch. Jacob**, pour la Division des Sciences physiques, sont désignés pour former la Commission qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, dressera une liste de candidats à l'une des trois places vacantes d'Associés étrangers.

(⁹) I. et W. Noddak, cités par V. M. Goldsmidt, *Fortschritte der Mineralogie*, **19**, 1935, p. 183.

M. **Paul de Peyerimhoff** est élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie par 29 suffrages contre 4 à M. *Albert Policard* et 1 à M. *Paul Ancel.*

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *The Collected Papers of* George Ashley Campbell.

2° A. Hovelacque-J. Turchini. *Anatomie et histologie de l'appareil urinaire et de l'appareil génital de l'homme* (présenté par M. Ch. Pérez).

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Solution générale, par des moyens mécaniques, des problèmes fondamentaux de la logique déductive.* Note de M. **Louis Couffignal**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

Si l'on désigne par α l'indice [1] de la classe $(\alpha, n-1)$ et par α/β le symbole formé en faisant suivre l'indice α de l'indice β, on établit que : *a*. l'ensemble des i/j est identique à l'ensemble des indices des classes d'ordre n; *b*. les symboles $0/2^{n-1}-1$ (brièvement $0/1$) et i/i sont respectivement l'indice de la proposition p_n et des polynomes d'ordre $n-1$; *c*. la combinaison des propositions (i/i) et de la proposition $(0/1)$ au moyen de la négation, de l'équivalence et du produit logique donne toutes les propositions (i/j). Donc *il existe des polynomes propositionnels d'une classe quelconque d'un ordre quelconque*. Par suite *toute fonction propositionnelle est équivalente à quelque polynome propositionnel du même ordre;* en vue des applications, il suffit donc d'étudier les polynomes propositionnels.

On peut toujours trouver un polynome propositionnel x et une opération élémentaire p tels que, quels que soient les deux polynomes propositionnels p_1 et p_2, et l'opération élémentaire p', on ait $p[p'(p_1, x), p_2] \equiv 1$. Donc *tout polynome propositionnel p peut être résultat intermédiaire d'un polynome propositionnel équivalent soit à p, soit à* $\sim p$, c'est-à-dire, *l'ensemble des raisonnements que l'on peut construire à partir de n propositions*

---

(1) Voir L. Couffignal, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1336.

données au moyen des règles usuelles de la logique contient nécessairement des absurdités (pétitions de principe ou antinomies), *et constitue une tautologie.*

Un complexe propositionnel sera dit *absurde* ou *efficace* (et son résultat, *absurde* ou *sensé*), selon qu'il constitue ou non une absurdité. Appelons *forme universelle* (abréviation de *forme déductive efficace universelle*) *d'ordre n* l'ensemble des *n* propositions d'un système S_n et de tous les polynomes sensés de ce système. De la définition du degré d'un polynome, il résulte que la forme universelle d'ordre *n* est constituée par les polynomes qui, dans leur classe, sont du plus bas degré (c'est donc la forme universelle d'ordre *n* qui est construite par le procédé mécanique que nous avons déjà indiqué). Le principe nécessaire et suffisant pour éviter les absurdités s'énonce dès lors :

Principe d'efficacité. — *Sont seuls réputés corrects les raisonnements ou les définitions qui construisent un terme de degré d au moyen de termes de degré inférieur à d* (²).

Étant donné un système particulier S'_n d'ordre *n*, appelons : *conséquence* de ce système, tout polynome sensé qui a pour valeur logique I lorsque les propositions du système S'_n prennent les valeurs logiques qui leur sont accordées; *théorie logique du système* S'_n, l'ensemble des conséquences de ce système (³). A ces définitions se rattachent trois problèmes fondamentaux :

1° *Problème de la déduction.* — Étant donné un système particulier S'_n d'ordre *n*, construire sa théorie déductive.

2° *Problème de la démonstration.* — Étant donné un système particulier S'_n d'ordre *n* et un polynome sensé *p* d'ordre *n*, reconnaître si le polynome *p* appartient à la théorie déductive de S'_n.

3° *Problème de l'axiomatique.* — Étant donné un polynome sensé *p*

(²) Notre principe d'efficacité précise et généralise le principe de la hiérarchie des types de Russel (définition du mot degré) et la première règle de Descartes (sens précis du mot *évidemment*); l'insuffisance de ces deux derniers principes provient de ce qu'ils sont exprimés dans un symbolisme imagé et non constructif (langue courante). Les définitions mathématiques, constructives par nature, et dont l'objet (les quantités) est soumis à l'axiome : le tout est plus grand que la partie, ont satisfait d'elles-mêmes au principe d'efficacité jusqu'au moment où ont été construits des êtres mathématiques ne vérifiant plus cet axiome (théorie des ensembles).

(³) On s'assure aisément que nous donnons aux termes *conséquence* et *théorie logique* le même sens que dans la langue courante.

d'ordre n, déterminer les systèmes particuliers d'ordre n dont le polynome p est conséquence.

On établit aisément que la solution générale de ces problèmes revient à reconnaître si des nombres inscrits dans le système binaire possèdent ou non le même chiffre au même rang : nous avons décrit des dispositifs [4] qui permettent d'effectuer ces opérations mécaniquement (et instantanément). En particulier, *toute proposition sensée d'ordre n non équivalente à zéro est conséquence d'au moins un système particulier du même ordre.*

On établit encore que *le nombre des propositions de la théorie déductive d'un système d'ordre n où k variables sont particularisées est* $2^{2^{n-k}(2^k-1)}$. La comparaison des degrés des propositions mises en jeu dans les raisonnements usuels (basés sur l'implication, le principe de substitution et le *modus ponens*) montre que *la construction d'une théorie logique au moyen des raisonnements usuels exige l'emploi d'au moins un raisonnement par l'absurde et la découverte intuitive de l'énoncé d'au moins un théorème.* Ces raisonnements et, en particulier, le raisonnement mathématique ne suffisent donc pas pour résoudre complètement les problèmes de la déduction et de l'axiomatique, et il n'est pas encore établi qu'ils résolvent complètement le problème de la démonstration [5].

Les propositions d'un système S'_n peuvent être constituées par un système quelconque de prémisses; il suffit de traduire la théorie logique du système S'_n dans le même langage que ces prémisses, pour obtenir sous leur forme usuelle toutes les conséquences de ces dernières. Le mode de raisonnement basé sur la considération des formes universelles peut donc simplifier et compléter les théories déductives actuellement connues, et servir de cadre à une théorie déductive des sciences dont l'objet n'a pas de quantité, leur apportant une aide au moins aussi efficace que l'ont fait les mathématiques aux sciences dont l'objet est exprimable numériquement.

---

(4) L. Couffignal, *Thèse*, Chap. V, Sect. B.

(5) En particulier la question posée par M. Brouwer : *Existe-t-il des propositions sensées dont la vérité ou la fausseté, pour un système* S'_n *donné, soit indémontrable?* reçoit une réponse négative dans notre logique, mais reste sans réponse dans la logique des mathématiques (et la logique de Whitehead et Russell).

ARITHMÉTIQUE. — *Points rationnels et classification des courbes de genre un.* Note de M. **François Châtelet**, présentée par M. Gaston Julia.

1. Divers auteurs ont étudié le problème de la détermination des points rationnels sur les cubiques C de la forme

$$y^2 = x^3 - px - q \qquad (p \text{ et } q \text{ nombres rationnels}).$$

Plus généralement, soit γ une courbe algébrique de genre un, à coefficients rationnels, de degré quelconque. Pour qu'il y ait au moins un point rationnel sur γ, il faut et il suffit qu'il existe une cubique C et une transformation birationnelle T *à coefficients rationnels*, telles que T transforme γ en C; T permet alors de déduire tous les points rationnels situés sur γ de ceux qui sont situés sur C.

J'ai réussi à ramener la recherche d'un *critère d'existence* et, éventuellement, d'une *méthode de construction* (1) de toutes cubiques C et de toutes les transformations T à la détermination des points rationnels sur une cubique C_0, qui peut être obtenue à partir de γ par des opérations rationnelles. En vue de ce résultat, j'ai été amené à introduire les notions et considérations suivantes :

2. On sait construire une transformation birationnelle Θ, *à coefficients algébriques*, qui ramène une courbe γ donnée à une cubique de la forme C. Soit k le corps galoisien défini par les coefficients de Θ : les coefficients de la transformation inverse Θ^{-1}, qui transforme C en γ, sont aussi dans k. Désignons par g le groupe de Galois de k et par $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n$ les éléments de g. Par l'automorphisme σ_i, appliqué aux coefficients de Θ, on obtient une transformation birationnelle Θ_i de γ en C, de sorte que $\Theta_i\Theta^{-1}$ est une transformation birationnelle de C en elle-même. $\Theta_i\Theta^{-1}$ est donc de la forme

$$u_i = \varepsilon_i u + c_i \qquad (\varepsilon_i = \pm 1),$$

où u désigne l'argument elliptique d'un point quelconque de C, u_i celui de son transformé par $\Theta_i\Theta^{-1}$, et c_i une constante (2).

---

(1) Ce problème a déjà été abordé par M. T. Nagell, *Norske Videnskaps Selskabs Forhandliger*, 7, 1934, p. 140-142; 8, 1935, p. 1-4 et 9, 1936, p. 24-27. Ces travaux m'ont inspiré une partie des résultats de cette Note.

(2) Ceci n'est pas vrai, si C est harmonique ($q = 0$) ou équiharmonique ($p = 0$); je ne m'occuperai pas de ces cas dans cette Note.

On constate que ε_i est égal à $+1$, ou bien pour toutes les valeurs de i, ou bien pour les valeurs de i correspondant à un sous-groupe g' d'indice 2 de g. Dans le premier cas, *je dirai que la transformation* Θ *est paire;* dans le second cas, *que* Θ *est impaire*. L'importance de ces notions tient à ce que toutes les transformations birationnelles, à coefficients algébriques, qui transforment la courbe γ en la cubique C, ont la même parité.

En outre l'on peut, pour toute courbe γ, *construire une cubique* C' *telle que les transformations de* γ *en* C' *soient paires*. En effet, supposons que la construction ci-dessus nous ait conduit à une transformation impaire Θ de γ en une cubique C. Désignons par d le discriminant du corps quadratique k' formé par les éléments de k invariants pour le sous-groupe g' de g. Le produit $\Theta' = \mathrm{H}\Theta$, où H est la transformation

$$x' = dx, \quad y' = d^{\frac{3}{2}} y,$$

transforme γ en la cubique C',

$$y'^2 = x'^3 - p\,d^2 x' - q\,d^3$$

et Θ' est paire.

Je dirai que toutes les courbes qui se déduisent d'une même cubique C par une transformation paire, forment une *surclasse* S. Toute cubique C' contenue dans S se déduit de C par une transformation birationnelle, à coefficients rationnels, et peut d'ailleurs remplacer C pour définir S.

3. Les transformations, qui lient deux courbes d'une même surclasse S, ont des propriétés analogues à celles des transformations paires; elles comprennent comme cas particuliers toutes les transformations birationnelles T à coefficients rationnels. Toutes les courbes déduites d'une courbe γ par des transformations T forment une classe A par rapport à R (corps des nombres rationnels). En conséquence, *une surclasse est un groupement de classes par rapport à* R.

Les considérations qui précèdent permettent d'effectuer le classement des courbes de genre un en surclasses S. J'ai réussi à ramener le *problème de la subdivision d'un groupement* S *en classes* A à celui de la détermination des points rationnels sur une des cubiques C de S : la résolution de ce dernier problème permet de donner une méthode pour reconnaître si deux courbes γ et γ' de S sont dans une même classe A et, dans ce cas, pour construire une transformation birationnelle T de γ en γ' à coefficients rationnels.

Ce résultat contient, comme cas particulier, le résultat affirmé au paragraphe 1.

ALGÈBRE. — *Une généralisation de la théorie locale des corps de classes. Conducteur, loi d'unicité, loi d'ordination, loi d'existence.* Note de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Soient k un corps de nombres $\mathfrak{p}$-adiques de degré fini, et $\mathfrak{p}$ son idéal premier. L'ordre en $\mathfrak{p}$ d'un élément α d'une extension algébrique de k sera noté $\omega(\alpha)$. g étant un polynome en x dans k, son degré sera noté $n(g)$ et le coefficient de $x^{n(g)-i}$ dans ce polynome sera noté g_i. On écrira aussi g^* au lieu de $g_{n(g)}$; sauf mention expresse, il sera supposé que $g_0 = 1$. On désignera par p le nombre premier rationnel que divise $\mathfrak{p}$.

Le p. g. c. d. (supposé positif) de deux entiers rationnels a, b sera noté $|a, b|$. La partie entière d'un nombre réel a sera notée $[a]$.

a. Polynomes réguliers. — Soit $g(x)$ un polynome irréductible dans k, et soit $f(g) = \omega(g^*)$. $\pi \in k$ étant d'ordre 1 pour $\mathfrak{p}$, on sait [1] que le polynome $\pi^{-f(g)} g(\pi^{f(g)/n(g)} x)$ est à coefficients entiers et est congru suivant une puissance suffisamment petite $\mathfrak{p}^{\varepsilon}$ $(\varepsilon > 0)$ de $\mathfrak{p}$ à un polynome $\lambda(y)$ en $y = x^{n(g)/|f(g), n(g)|}$ à coefficients dans k. $g(x)$ s'appellera *polynome régulier dans k* si $\lambda(y)$ est irréductible (mod $\mathfrak{p}$) dans k et de degré $f(g)$ par rapport à y [ce qui exige que $f(g)$ soit positif [2] et divise $n(g)$]. g étant régulier, on posera $e(g) = n(g)/f(g)$. $e(g)$ est un entier positif. Le couple $\{f(g), e(g)\}$ sera appelé *type de g*.

K/k étant une extension définie par un polynome régulier g d'un type $\{f, e\}$, on voit facilement que l'idéal premier $\mathfrak{P}$ de K est de degré f et d'ordre e dans K/k. $\{f, e\}$ sera dit encore *type de* K/k. Inversement, K/k étant une extension de type $\{f, e\}$, existent des $\alpha \in K$ (forcément d'ordre 1 pour $\mathfrak{P}$) qui sont des zéros de polynomes réguliers dans k du même type.

b. e-ordre. Congruences entre les polynomes réguliers. Modules de définition et conducteur. — $g(x)$ étant un polynome dans k, appelons *e-ordre de* $g(x)$ le minimum de $\omega[g(\alpha)]$, α parcourant tous les éléments algébriques par rapport à k tels que $\omega(\alpha) = 1/e$; u étant un nombre réel $< +\infty$ quelconque, deux polynomes réguliers d'un même type $\{f, e\}$ seront dits *$\star$-congrus* (mod $\mathfrak{p}^u$) (notation : $\overset{\star}{\equiv}$) si le e-ordre de leur différence est $\geq u + f - 1$; g étant un polynome régulier dans k et u étant ≥ 0, on appel-

---

(1) Voir par exemple Ostrowski, *Math. Zeitschr.*, 39, 1934, p. 291 et 298.

(2) Donc tous les coefficients de g sont entiers (1).

lera *$\star$-classe de* g (mod $\mathfrak{p}^u$) l'ensemble de tous les polynomes $\star$-congrus à g (mod $\mathfrak{p}^u$). Il n'existe qu'un nombre *fini* de $\star$-classes (mod $\mathfrak{p}^u$) de polynomes d'un type $\{f, e\}$ donné, parce que deux polynomes de ce type sont $\star$-congrus (mod $\mathfrak{p}^u$) dès que tous les coefficients (qui sont en nombre $ef+1$ et sont tous entiers) de l'un d'entre eux sont congrus (mod $\mathfrak{p}^{u+f-1}$) aux coefficients correspondants de l'autre.

$\mathfrak{p}^u$ sera dit *module de définition* d'un ensemble donné s de polynomes réguliers dans k d'un même type, et s sera dit *définissable* (mod $\mathfrak{p}^u$), si s est une réunion de $\star$-classes (mod $\mathfrak{P}^u$); si s admet des modules de définition, le p. g. c. d. $\mathfrak{F}(s)=\mathfrak{p}^{1+\varphi(s)}$ de tous les modules de définition de s s'appelle *conducteur de s*. $\mathfrak{F}(s)$ n'est pas un module de définition de s, mais tout $\mathfrak{F}(s)\mathfrak{p}^{\varepsilon}(\varepsilon>0)$ l'est; $e\varphi(s)$, où $\{f, e\}$ est le type des polynomes de s, est un entier rationnel.

c. $s_{K/k}^{(f',e')}$. *$\{f', e'\}$-conducteurs et conducteur de* K/k. *Lois d'unicité et d'ordination.* — Soit K/k une extension d'un type $\{f, e\}$. f', e' étant des multiples (positifs) de f, e, soit $s_{K/k}^{(f',e')}$ l'ensemble de tous les polynomes réguliers dans k qui définissent des surextensions K'/k de K/k de type $\{f', e'\}$. *La donnée d'un quelconque de ces* $s_{K/k}^{(f',e')}$ *définit*, manifestement, *l'extension* K/k *à isomorphisme près* (loi d'unicité). Les $s_{K_1/k}^{(f',e')}$ et $s_{K_2/k}^{(f',e')}$ étant définis pour deux extensions K_1/k et K_2/k, K_1/k *est une surextension de* K_2/k *si, et seulement si* $s_{K_1/k}^{(f',e')}\subseteq s_{K_2/k}^{(f',e')}$. $s_{K_1/k}^{(f',e')}\cap s_{K_2/k}^{(f',e')}$ *est la réunion de tous les* $s_{K/k}^{(f',e')}$, K/k *parcourant tous les extensions composées des* K_1/k et K_2/k, *regardées comme des extensions libres* (loi d'ordination). Si K/k est une surextension de $\bar{K}/k$, $s_{\bar{K}/k}^{(f'\bar{f},e'\bar{e})}$, où $\{\bar{f}, \bar{e}\}$ est le type de $\bar{K}/k$, *est l'ensemble de toutes les normes de* $\bar{K}$ *à* k *d'éléments de* $s_{K/\bar{K}}^{(f',e')}$ *qui sont régulières dans* k. J'ai la démonstration des faits suivants : *tout* $s_{K/k}^{(f',e')}$ *possède un conducteur* (*fini*) qui sera noté $\mathfrak{F}_{K/k}^{(f',e')}=\mathfrak{p}^{1+\varphi_{K/k}^{(f',e')}}$ et appelé *$\{f', e'\}$-conducteur* de K/k. *Le p. p. c. m. de tous les* $\mathfrak{F}_{K/k}^{(f',e')}$ (pour K/k fixe) *est une puissance finie* $\mathfrak{F}_{K/k}=\mathfrak{p}^{1+\varphi_{K/k}}$ *de* $\mathfrak{p}$ et *s'appelle conducteur de* K/k. $\varphi_{K/k}$ *est rationnel.* $\varphi_{K/k}^{(f',e')}=(1/e')[e'\varphi_{K/k}]$ (en particulier, $\varphi_{K/k}^{(f',e')}=\varphi_{K/k}$ *si, et seulement si son dénominateur divise* e').

d. Loi d'existence. — Un ensemble s de polynomes réguliers dans k d'un même type $\{f', e'\}$ définissable (mod $\mathfrak{p}^u$) s'appellera *arbre normal* (mod $\mathfrak{p}^u$) s'il existe une extension K/k (à laquelle il sera dit *associé*), telle que $s=s_{K/k}^{(f',e')}$; si $(K:k)=f'e'$, s sera dit *simple*. Il existe un algorithme, qu'il est inutile d'indiquer ici, pour décider par un nombre fini d'opérations rationnelles si un ensemble s donné est un arbre normal (mod $\mathfrak{p}^u$), et qui

constitue une loi d'existence implicite. Toutefois, si $p \neq 2$, on a le critère explicite suivant pour savoir si s est un arbre normal simple; soit $\lambda(x)$ un polynome de degré $< f'$ dont les coefficients non nuls sont des racines de l'unité de degrés premiers à p contenues dans k; soit $U_\lambda(g)$ le résultant des $x - y\lambda(\pi^{-1}y^{p^f})$ et $g(y)$; soit ρ une racine de l'unité de degré premier à p contenu dans k; soit $T_\rho(g)$ le résultant de $x - y - \rho y^2$ et de $g(y)$; les coefficients des $U_\lambda(g)$ et des $T_\rho(g)$ sont polynomes dans k par rapport aux g_2, dont l'expression explicite est facile à former. Si g est régulier, $T_\rho(g)$ est régulier et de même type; si $g \overset{*}{\equiv} g' \pmod{\mathfrak{p}^u}$, $T_\rho(g) \overset{*}{\equiv} T_\rho(g')$ $\pmod{\mathfrak{p}^u}$ et aussi, quand $u > 0$, si $U_\lambda(g)$ est régulier, $U_\lambda(g) \overset{*}{\equiv} U_\lambda(g')$ $\pmod{\mathfrak{P}^u}$. *s est un arbre normal simple* $\pmod{\mathfrak{p}^u}$ *si, et seulement si* : 1° *$g \in s$ entraîne, pour tout ρ, $T_\rho(g) \in s$ et, pour tout λ, si $U_\lambda(g)$ est régulier, $U_\lambda(g) \in s$;* 2° *aucun $\bar{s} \subset s$ non vide, définissable* $\pmod{\mathfrak{p}^u}$ *n'a pas de propriété* (1°).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Une remarque sur les chaînes de Markoff réversibles.* Note de M. **Jan Potoček**, présentée par M. Émile Borel.

I. Soient E_1, E_2, ..., E_r les résultats possibles d'une expérience, X_1, X_2, ... les événements amenés par une suite illimitée d'expériences de ce genre. Supposons que les X_n forment une chaîne de Markoff simple et désignons par p_{ik} $(i, k = 1, 2, \ldots, r)$ la probabilité que l'on a $X_{n+1} = E_k$, étant donné que $X_n = E_i$; par $q_{ik}(n)$ la probabilité inverse que l'on a $X_n = E_i$, étant donné que $X_{n+1} = E_k$; par $p_i(n)$ la probabilité absolue de $X_n = E_i$. Nous avons

$$(1) \qquad 0 \leqq p_{ik}, \qquad \sum_{k=1}^{r} p_{ik} = 1, \qquad 0 \leqq q_{ik}(n), \qquad \sum_{i=1}^{r} q_{ik}(n) = 1;$$

$$(2) \qquad 0 \leqq p_i(n), \qquad \sum_{i=1}^{r} p_i(n) = 1, \qquad \sum_{i=1}^{r} p_i(n) p_{ik} = p_k(n+1).$$

Supposons les $p_i(n)$ indépendants de n. Il en résulte ([1]) que les $q_{ik}(n)$ eux aussi sont indépendants de n et qu'on a $p_k q_{ik} = p_i p_{ik}$. Si la chaîne est réversible (d'après la notion introduite par M. Kolmogoroff, *loc. cit.*, p. 159),

([1]) A. Kolmogoroff, *Math. Ann.*, **112**, 1935, p. 155-160; B. Hostinský, *Annales de l'Institut H. Poincaré*, **7**, II, 1937, p. 69-119.

c'est-à-dire si l'on a $q_{ik}=p_{ki}$, nous avons pour les p_{ik} la condition suivante :

$$(3) \qquad p_i p_{ik} = p_k p_{ki}.$$

M. Hostinský a posé (*loc. cit.*, p. 116) la question, si l'on peut satisfaire (3) par d'autres matrices $\|p_{ik}\|$ que par les matrices symétriques. L'exemple ci-dessous montre que la réponse est affirmative.

2. Soient donnés $[r(r+1)]/2$ nombres p_{ik} $(1 \leqq i \leqq k \leqq r)$ satisfaisant aux relations

$$(4) \qquad 0 \leqq p_{ik} \leqq 1; \qquad \sum_{k=1}^{r} p_{1k} = 1; \qquad \sum_{k=i}^{r} p_{ik} \leqq 1 \qquad (2 \leqq i \leqq r).$$

Nous allons les compléter par des $[(r-1)r]/2$ nombres p_{ik} $(1 \leqq k < i \leqq r)$, de sorte que les relations (1) et (3) soient vérifiées.

Considérons le système d'équations

$$(5) \qquad \begin{cases} \displaystyle\sum_{i=1}^{j=1} p_j - x_i \left(1 - \sum_{i=j}^{r} p_{ji}\right) x_j = 0 \qquad (j = 2, 3, \ldots, r), \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{r} x_i = 1. \end{cases}$$

Ce système a évidemment toujours une solution $x_1, \ldots, x_r$ au moins, non identiquement nulle et telle que $x_i \geqq 0$ pour tous les i. Définissons les nombres $p_{ik}(1 \leqq k < i \leqq r)$ par les équations

$$(6) \qquad x_i p_{ik} = x_k p_{ki} \qquad (1 \leqq k < i \leqq r)$$

dans les cas où $x_i \neq 0$. Dans les cas contraires on a en vertu de (5) $x_k p_{ki} = 0$; les (6) étant satisfaites par p_{ik} quelconques, nous les choisirons de la manière que les équations (1) soient vraies.

Les éléments de la matrice $\|p_{ik}\|$ ainsi construite vérifient les équations (1), donc ils définissent une chaîne simple. Les x_i satisfont les équations (2) où l'on a posé $p_i(n) = p_i(n+1) = x_i$, donc ils représentent les probabilités p_i. Il en résulte qu'en vertu de (6) la chaîne est réversible. En limitant les conditions (4) de sorte que $0 < p_{ik} < 1$, nous obtenons une seule solution $x_1, \ldots, x_r$ et l'on aura $x_k = \lim_{n \succ \infty} \mathrm{P}_{ik}^{(n)}$, où $\mathrm{P}_{ik}^{(n)}$ est la probabilité de $\mathrm{X}_{m+n} = \mathrm{E}_k$, étant donné que $\mathrm{X}_m = \mathrm{E}_i$. Si de plus $\sum_{k=i}^{r} p_{ik} < 1$ $(2 < i < r)$, tous les x_i, par conséquent tous les p_{ik}, sont positifs.

3. Dans le cas continu soit donnée une fonction $p_1(x, y)$ définie dans le domaine $D_1(0 \leqq x \leqq y \leqq 1)$, qui y est continue et qui possède les propriétés suivantes :

$$p_1(x, y) \geqq 0, \qquad \int_x^1 p_1(x, y)\, dy < 1 \quad \text{pour} \quad 0 < x < 1, \qquad \int_0^1 p_1(0, y)\, dy = 1.$$

Sous certaines conditions, l'équation

$$\int_0^y P(x) p_1(x, y)\, dx + P(y) \int_y^1 p_1(y, x)\, dx = P(y)$$

admet une solution $P(x)$ non négative et telle que $\int_0^1 P(x)\, dx = 1$. Comme auparavant, on peut former dans le domaine $D_2(0 \leqq y < x \leqq 1)$ une fonction $p_2(x, y)$ satisfaisant la relation

$$P(x)\; p_2(x, y) = P(y)\; p_1(y, x) \qquad (0 \leqq y < x \leqq 1).$$

Définissons dans le domaine $D(0 \leqq x \leqq 1,\, 0 \leqq y \leqq 1)$ la fonction $p(x, y)$, égale à $p_1(x, y)$ resp. à $p_2(x, y)$ dans les domaines D_1 resp. D_2. Elle y jouit des propriétés suivantes :

$$p(x, y) \geqq 0, \qquad \int_0^1 p(x, y)\, dy = 1, \qquad \int_0^1 P(x)\; p(x, y)\, dx = P(y),$$
$$P(x)\; p(x, y) = P(y)\; p(x, y).$$

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Les espaces des* paths *généralisés qu'on peut associer avec un espace de Finsler.* Note de M. **Damodar Kosambi**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit K_n un espace des *paths* généralisé défini par les équations

$$(1) \qquad \ddot{x}^i + \alpha^i(x, \dot{x}, t) = 0 \qquad \left(i = 1, 2, \ldots, n;\; \dot{x} = \frac{dx}{dt};\; \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}\right).$$

Regardons le paramètre t comme une variable nouvelle, $t = x^0$, et introduisons un autre paramètre s. Les équations (1) deviennent

$$(2) \qquad x''^i - \frac{x'^i}{x'^0} x''^0 + (x'^0)^2 \alpha^i\left(x, \frac{x'^j}{x'^0}, x^0\right) = 0 \qquad \left(x'^i = \frac{dx^i}{ds} = \frac{x'^i}{x'^0}, \ldots\right).$$

En prenant une fonction arbitraire $\beta(x, \dot{x}, t)$ avec $x''^0 + (x'^0)^2 \beta = 0$ nous

aurons le système de $n+1$ équations

$$(3)\qquad \begin{cases} x''^i + A^i(x, x') = 0 & (i = 0, 1, 2, \ldots, n), \\ A^0 = \beta(x'^0)^2, \quad A^i = (\alpha^i + \beta \dot{x}^i)(x'^0)^2 & (i \neq 0). \end{cases}$$

Or, les A^i étant homogènes de degré 2 en x', et non paramétriques, les équations (3) définissent un espace B_{n+1} du type Berwald-Douglas, dans lequel nous dirons que le K_n a été plongé. La géométrie du K_n ne correspond pas à celle du B_{n+1}, parce qu'il n'existe aucune méthode intrinsèque pour associer un tenseur quelconque du K_n biunivoquemenr à un tenseur du B_{n+1}. Nous nous bornerons donc à la résolution de la question : peut-on déduire les équations (3) formellement d'un problème variationnel $\delta \int F\,ds = 0$ quand les (1) peuvent se déduire de $\delta \int f\,dt = 0$, et *vice versa ?*

On aurait cru qu'à la métrique $f[x, \dot{x}^i, t]$ pour K_n doit toujours correspondre la métrique $F = f[x, x'^i/x'^0, x^0]x'^0$ dans B_{n+1} et réciproquement. Mais cette fonction F étant homogène de degré 1 en x', $|\partial^2 F/\partial \dot{x}^i \partial \dot{x}^j| = 0$, et les équations covariantes eulériennes de $\delta \int F\,ds = 0$ ne peuvent pas être résolues sous la forme contrevariante (3). Comme d'habitude pour les espaces de Finsler, nous devons remplacer F par F^2 ou par une autre fonction de F; cela est permis seulement si F satisfait au système d'équations

$$(4)\qquad \frac{\partial F}{\partial x^i} - \frac{1}{2}\frac{\partial A^r}{\partial x'^i}\frac{\partial F}{\partial x'^r} = 0 \qquad (i = 0, 1, 2, \ldots, n).$$

Ces équations ont la propriété qu'une fonction quelconque des solutions est encore une solution et, ici, il suffit d'en chercher les solutions homogènes en x'. Pour un degré d'homogénéité k non nul, nous pourrons toujours substituer la métrique de Finsler $F^{1/k}$.

Alors, pour discuter le problème du point de vue de l'espace K_n, nous prenons $F = \Phi(x, \dot{x}, t)(x'^0)^k$ où $k = 0$, 1 seulement. Les équations (4) prennent la forme

$$(5)\qquad D\Phi = k\beta\Phi, \qquad \Phi_{,i} - \frac{\beta}{2}\Phi_{;i} = \frac{k}{2}\Phi\beta_{;i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n);$$

où nous avons posé

$$\Phi_{;i} = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}^i}, \quad \Phi_{,i} = \frac{\partial \Phi}{\partial x^i}, \quad D\Phi = -\alpha^r \Phi_{;r} + \dot{x}^r \Phi_{,r} + \frac{\partial \Phi}{\partial t},$$

$$\Phi_{|i} = \Phi_{,i} - \frac{1}{2}\alpha^r_{;i}\Phi_{;r}.$$

Pour $k=1$, nous pouvons éliminer les termes en β et nous trouvons

$$(6)\qquad (D\Phi)_{;i}-2\Phi_{|i}\equiv \frac{d}{dt}\Phi_{;i}-\Phi_{,i}=0.$$

Cela signifie que Φ satisfait aux équations eulériennes de $\delta\int\Phi\,dt=0$, et fournit une métrique pour K_n si $\Phi_{;i;j}\neq 0$. Nous avons donc le théorème :

Théorème I. — *Pour que l'espace associé B_{n+1} admette une métrique régulière de Finsler $F(x, \dot{x})$, il faut et il suffit qu'une métrique quelconque Φ existe pour l'espace K_n. La fonction β, dans (3), sera donc uniquement définie par*

$$(7)\qquad \beta=\frac{D\Phi}{\Phi}\quad\text{et}\quad F=\Phi(x, \dot{x}^i/\dot{x}^0, x^0)\dot{x}_0,$$

pour chaque métrique Φ du K_n.

Pour le cas $k=0$, il n'en est pas ainsi. Si $\beta\neq 0$, l'espace K_n n'admet pas la métrique Φ, et nous avons un cas très intéressant. En effet, on obtient facilement le théorème :

Théorème II. — *S'il existe une fonction β non identiquement nulle pour laquelle les équations $D\Phi=\Phi_{,i}-(\beta/2)\Phi_{;i}=0$ ont une solution avec $\left|\begin{matrix}\Phi_{;i;j} & \Phi_{;i}\\ \Phi_{;j} & 0\end{matrix}\right|\neq 0$, l'espace K_n, métrique ou non, peut être plongé dans B_{n+1} avec une métrique homogène de degré zéro en x'.*

Dans ce cas, pour avoir une métrique de Finsler, on doit répéter le procédé en plongeant B_{n+1} dans un B_{n+2}.

Les équations d'intégrabilité de (5) sont

$$(8)\qquad \left\{\begin{aligned}&\left(P_i^r+\frac{1}{2}\delta_i^r\left\{D\beta-\frac{1}{2}\beta^2\right\}\right)\Phi_{;r}=k\Phi\left\{\beta_{,i}-\frac{1}{2}D\beta_{;i}-\frac{1}{4}\beta\beta_{;i}\right\};\\ &\left(-2R_{ij}^r+\delta_j^r\beta_{|i}-\delta_i^r\beta_{|j}+\frac{1}{2}\beta\{\delta_i^r\beta_{;j}-\delta_j^r\beta_{;i}\}\right)\Phi_{;r}=k\Phi\{\beta_{;i|j}-\beta_{;j|i}\};\\ &P_j^i=-\alpha_{;j}^i+\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\alpha_{;j}^i+\frac{1}{4}\alpha_{;r}^i\alpha_{;j}^r;\qquad R_{jk}^i=\frac{1}{3}(P_{j;k}^i-P_{k;j}^i).\end{aligned}\right.$$

Comme tout K_1 admet une métrique, nous avons un corollaire du théorème I : *Tout K_1 peut être plongé dans un B_2 avec une métrique de Finsler.*

Il y a des différences importantes entre K_n et B_{n+1} : les équations (1) possèdent des solutions à $2n$ constantes arbitraires [à $2n+2$ pour (3)]. Les groupes les plus généraux de transformations ponctuelles, pour lesquels (1) et (3) se transforment par la loi tensorielle ne sont pas les mêmes. Pour les problèmes du calcul des variations, il y a la différence

entre l'extremum faible et l'extremum fort. Nous avons suivi les méthodes purement formelles, ayant trouvé dans une autre Note ([1]) que les deux cas signalés dans les deux théorèmes peuvent effectivement se présenter.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les modules des zéros des fonctions entières.* Note de M. **Alexandre Ostrowski**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. Soient $f(z)=\sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu z^\nu (a_0 \neq 0)$ une fonction entière et $x_1, x_2, \ldots,$ ses zéros, rangés dans l'ordre des modules non décroissants.

Construisons pour f le diagramme D de Newton d'après M. Hadamard ([1]) : à chaque terme $a_\nu z^\nu$ de f correspond le point $P_\nu : x=\nu$, $y=-\log|a_\nu|$. Alors D est la ligne brisée partant de P_0, convexe d'en bas et enveloppant les P_ν de sorte que 1° chaque sommet de D est situé dans un des P_ν, et que 2° tous les autres P_ν sont situés sur D ou au-dessus. Si $K_\nu(\nu=0, 1, \ldots)$ est l'ordonnée du point D avec l'abscisse ν, $R_\nu = e^{K_\nu - K_{\nu-1}} (\nu = 1, 2, \ldots)$ est *le* $\nu^{\text{ième}}$ « *rapport rectifié* ».

2. Nous allons démontrer les deux théorèmes suivants :

I. *Pour chaque p, si f possède au moins p racines et* $|x_p| < R_p$, *on a*

$$(1) \qquad \prod_{\nu=1}^{p}\left(1-\frac{|x_\nu|}{R_p}\right) < \frac{1}{2}, \qquad |x_p| > \left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{p}}\right] R_p.$$

II. *Les constantes des inégalités* (1) *ne peuvent être améliorées pour aucun p.*

3. *Démonstration de I.* — On peut supposer $R_p = 1$ pour l'indice p en question, le cas général se ramenant à celui-ci par la transformation $z = R_p z'$. En divisant f par une constante, on ramène le côté correspondant de D sur l'axe des x. On peut donc supposer que le segment $< p-1, p >$ de l'axe des x appartient à D.

([1]) D. D. Kosambi, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1086. Voir aussi D. D. Kosambi (Oxford), *Quarterly Journal of Mathematics*, 6, 1935, p. 1-12, pour les méthodes et notations employées ici.

([1]) Cf. *Journal de Mathématiques*, 4e série, 9, 1893, p. 174-175.

Alors si le côté correspondant de D *commence* en $p-\alpha\,(\alpha \geqq 1)$, on a

$$(2)\qquad \begin{cases} a. & |a_{p-\alpha}| = 1 \geqq |a_\nu|, & \nu > p-\alpha; \\ b. & |a_\nu| \leqq 1, & \nu < p-\alpha; \end{cases}$$

et nous avons à démontrer les deux inégalités

$$(3)\qquad \prod_{\nu=1}^{p}(1-|x_\nu|) < \frac{1}{2}, \qquad |x_p| > 1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{p}}.$$

Or la première des expressions

$$(4)\qquad F(z) = \prod_{\nu=1}^{p}\left(1-\frac{x_\nu}{z}\right)^{-1} = 1+\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\sigma_\nu}{z^\nu}, \qquad G(z) = \prod_{\nu=1}^{p}\left(1-\frac{|x_\nu|}{z}\right)^{-1}$$

est majorée par la seconde. Donc on a

$$(5)\qquad \sum_{\nu=1}^{\infty}|\sigma_\nu| \leqq \prod_{\nu=1}^{p}(1-|x_\nu|)^{-1}-1.$$

Donc, en comparant les coefficients de $z^{p-\alpha}$ dans l'identité

$$(6)\qquad f(z)\,F(z) = z^p \sum_{\nu=0}^{\infty} A_\nu z^\nu,$$

$$(7)\qquad a_{p-\alpha} + a_{p-\alpha+1}\sigma_1 + a_{p-\alpha+2}\sigma_2 + \ldots = 0,$$

et, d'après (2) et (5),

$$(8)\qquad \begin{cases} 1 = |a_{p-\alpha}| \leqq \displaystyle\sum_{\nu=1}^{\infty} |a_{p-\alpha+\nu}\sigma_\nu| \leqq \sum_{\nu=1}^{\infty}|\sigma_\nu| \leqq \prod_{\nu=1}^{p}(1-|x_\nu|)^{-1}-1, \\ \displaystyle\prod_{\nu=1}^{p}(1-|x_\nu|) < \frac{1}{2}; \qquad |x_p| > 1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{p}}. \end{cases}$$

C. Q. F. D.

4. *Démonstration de II.* — Posons, pour un p fixe, $\rho = 1-(1/2)^{\frac{1}{p}}$, où comme on le voit facilement $p\rho < \log 2$. Alors on a

$$(9)\qquad \varphi = -2\frac{(z-\rho)^p}{1-z} = \sum_{\nu=0}^{p-2} a_\nu z^\nu + z^{p-1} - \sum_{\nu=0}^{\infty} z^{p+\nu} = \sum_{\nu=0}^{p-2} a_\nu z^\nu + \frac{z^{p-1}-2z^p}{1-z},$$

où $|a_\nu| \leqq 1$. En effet, la différence $-2(z-\rho)^p - (z^{p-1}-2z^p)$ disparaît

pour $z=1$. D'autre part, on a, pour $n=0, \ldots, p^{-2}$,

$$(10) \qquad a_n = (-1)^{p-1} 2 \sum_{\nu=0}^{n} (-1)^\nu \binom{p}{\nu} \rho^{p-\nu},$$

$$|a_n| \leq 2 \sum_{\mu=2}^{\infty} \binom{p}{\mu} \rho^\mu < 2 \sum_{\mu=2}^{\infty} \frac{(p\rho)^\mu}{\mu!} = 2 \sum_{\mu=2}^{\infty} \frac{(\log 2)^\mu}{\mu!} = 2(1-\log 2) < 1.$$

Mais alors, si $s_m(z)$ $(m=0, 1, \ldots)$ est la suite des sections de la série de Maclaurin de $\varphi(z)$, on a, à partir d'un m pour $s_m(z)$, $R_p = 1$, et les racines d'indices $\nu \leq p$ de $s_m(z)$ convergeant vers ρ pour $m \to \infty$:

$$(11) \qquad \frac{|x_p|}{R_p} \to \rho, \qquad \prod_{\nu=1}^{p} \left(1 - \frac{|x_\nu|}{R_p}\right) \to \frac{1}{2}. \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

5. Le quotient $|x_p|/R_p$ n'est nécessairement borné pour aucun p, par exemple pour la suite des polynomes $(1-z/m)^m$ $(m=1, 2, \ldots)$. Mais si f est un *polynome* d'un degré fixe n, on obtient des bornes supérieures pour ces quotients en remplaçant z par $1/z$.

Enfin le théorème I reste valable pour les séries entières en z et pour leurs racines à l'intérieur du cercle de convergence; mais alors les bornes de (1) peuvent être atteintes, par exemple pour les fonctions (9).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème d'existence dans la théorie de l'interpolation.* Note de M. **H. Heins**, présentée par M. Jacques Hadamard.

On sait en quoi consiste le théorème déjà classique sur l'existence d'une fonction holomorphe sur le domaine G_z, $|z|<1$, de module <1, et prenant des valeurs données (de module <1) en des points donnés [1]. Or on peut se demander s'il n'existe pas un théorème analogue pour le cas où le domaine de définition est un domaine quelconque à connexion multiple, et la réponse est affirmative, comme nous allons le démontrer.

La question est la suivante : soit G_z un domaine quelconque à connexion multiple avec au moins trois points frontières. Existe-t-il une fonction $f(z)$ holomorphe sur G_z douée des propriétés suivantes : 1° $f(z)$ est *uniforme;*

---

[1] Voir Julia, *Principes géométriques de l'Analyse*, 1, p. 75-78, Paris.

2° $|f| < 1$, $z \subset G_z$; 3° $f(z_k) = \omega_k^{(0)}$, $k = 1, 2, \ldots$, où les z_k sont des points donnés dans G_z et les $\omega_k^{(0)}$ sont des valeurs données?

Remarquons tout d'abord que les points frontières *isolés* de G_z ne jouent aucun rôle dans le problème, à cause de 1° et 2°. Ainsi nous écartons le cas où la frontière de G_z contient des points frontières isolés. Soient z_1 et z_2 deux points qui appartiennent à G_z. Par l'écart de z_1 et z_2, que nous désignons par $D_z(z_1, z_2)$, nous entendons la borne inférieure de la longueur hyperbolique (²) des arcs rectifiables contenus dans G_z d'extrémités z_1 et z_2; cette borne est certainement atteinte. $D_\omega(\omega_1, \omega_2)$, où $|\omega_i| < 1$, $i = 1, 2$ désigne la distance hyperbolique usuelle entre ω_1 et ω_2.

Notre théorème s'énonce : *Une condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une fonction $f(z)$ holomorphe sur G_z douée des propriétés* 1°, 2°, 3° *est que* $D_\omega(\omega_i^{(0)}, \omega_k^{(0)}) < D_z(z_i, z_k)$ $(i \neq k,\ i, k = 1, 2, \ldots)$.

La condition est certainement nécessaire comme conséquence du principe de la mesure hyperbolique (²). Remarquons seulement que 1° entraîne l'inégalité forte.

La condition est aussi suffisante. Soit $z = \varphi(u)$ une fonction qui définit la représentation conforme de G_z sur $|u| < 1$. Si $T_1, T_2, \ldots$ sont toutes les substitutions telles que $\varphi(T_k u) = \varphi(u)$ $(k = 1, 2, \ldots)$, démontrer l'existence de $f(z)$ avec les propriétés 1°, 2°, 3° revient à démontrer l'existence d'une fonction $\psi(u)$ holomorphe sur $|u| < 1$ telle que : *a*. $|\psi| < 1$; *b*. $\psi(T_k u_i) = \omega_i^{(0)}$, où u_i est un point appartenant au cercle $|u| < 1$ pour lequel $\varphi(u_i) = z_i$ $(i, k = 1, 2, \ldots)$; *c*. $\psi(T_k u) = \psi(u)$ pour chaque T_k $(k = 1, 2, \ldots)$. Or les inégalités $D_\omega(\omega_i^{(0)}, \omega_k^{(0)}) < D_z(z_i, z_k)$ entraînent l'existence d'une fonction $\psi(u)$ satisfaisant *a* et *b* mais pas nécessairement *c*. Si $\psi(u)$ est unique, *c* est bien satisfaite. Sinon, nous procédons de la manière suivante : soit $\psi(u)$ une fonction holomorphe sur $|u| < 1$ satisfaisant *a* et *b*. Si G_z est à connexion finie d'ordre $p + 1$, il y a p substitutions fondamentales $S_1, S_2, \ldots, S_p$. Définissons la suite des fonctions $\{\Psi_1^{(n)}(u)\}$ par

$$\Psi_1^{(n)}(u) = \frac{1}{2n+1} \sum_{k=-n}^{n} \Psi(S_1^k u) \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Chaque fonction satisfait *a* et *b* et la suite est normale à cause de *a*. Ainsi il existe au moins une fonction limite $\Psi_1(u)$ satisfaisant *a* et *b* et de

---

(²) Voir R. Nevanlinna, *Eindeutige Analytische Funktionen*, p. 45-50. Berlin.

plus $\Psi(S, u) = \Psi(u)$. Cela résulte du fait que

$$|\Psi_1^{(n)}(u) - \Psi_1^{(n)}(S, u)| < \frac{2}{2n+1}.$$

Définissons la suite $\{\Psi_2^{(n)}(u)\}$ d'une manière analogue,

$$\Psi_2^{(n)}(u) = \frac{1}{2n+1} \sum_{k=-n}^{n} \Psi_1(S_2^k u) \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Chaque $\Psi_2^{(n)}(u)$ satisfait a et b et la relation $\Psi_2^{(n)}(S, u) = \Psi_2^{(n)}(u)$. La suite $\{\Psi_2^{(n)}(u)\}$ est normale; ainsi il existe au moins une fonction limite satisfaisant à a et b et de plus aux deux relations

$$\Psi_2(S_k u) = \Psi_2(u) \qquad (k = 1, 2, \ldots).$$

Si nous continuons ainsi, nous arrivons à une fonction $\Psi_p(u)$ satisfaisant à a, à b et aux p relations

$$\Psi_p(S_k u) = \Psi_p(u) \qquad (k = 1, 2, \ldots, p).$$

En conséquence, $\Psi_p(u)$ satisfait aussi à c.

Si G_z est parfaitement arbitraire, nous savons que la totalité des substitutions $T_k (k = 1, 2, \ldots)$ est dénombrable et nous pourrions procéder comme ci-dessus avec chaque T_k. Or il existe parmi les substitutions T_k un sous-ensemble $\{S_k\}$ sur le caractère duquel nous n'insisterons pas, tel que s'il existe une fonction $\Psi(u)$ satisfaisant a et b et toutes les relations

$$\Psi(S_k u) = \Psi(u) \qquad (k = 1, 2, \ldots),$$

elle satisfaisait c aussi. Procédons comme dans le cas où la connexion est d'ordre fini, nous avons une suite $\{\Psi_n(u)\}$ où $\Psi_n(u)$ satisfait à a, à b et aux relations $\Psi_n(S_k u) = \Psi_n(u)$ $(k \leq n)$. La suite $\{\Psi_n(u)\}$ est normale à cause de a. Soit $\Psi(u)$ une fonction limite de cette suite. Elle satisfait à a, à b et à toutes les relations

$$\Psi(S_k u) = \Psi(u) \qquad (k = 1, 2, \ldots).$$

Ainsi $\Psi(u)$ satisfait aussi à c et nous sommes assurés de l'existence d'une fonction $f(z)$ holomorphe sur G_z satisfaisant 1°, 2°, 3°.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Les trajectoires définies par l'équation* $dz/dt = w(z) =$ *fonction holomorphe à partie réelle positive dans le demi-plan* D ($x > 0$). Note ([1]) de M. **Julius Wolff**, présentée par M. Émile Borel.

L'étude de ces équations différentielles pourrait s'appeler *itération continue*. La différence principale avec l'itération ordinaire est que dans celle-ci un point peut avoir plusieurs antécédents, tandis que toute trajectoire est définie, aussi bien pour $t < 0$ que pour $t > 0$, par la connaissance de la position de z pour $t = 0$.

L'étude se facilite par la considération de la fonction

$$\int_1^z \frac{dz}{w(z)} = \zeta(z) = \xi(z) + i\eta(z),$$

fonction univalente dans D. Aux trajectoires correspondent les droites η const. Rappelons que sur toute droite y const. $\lim_{x \to 0} \eta(z) = \eta(iy)$ existe et que $\eta(iy)$ est une fonction non décroissante de y.

Dans la présente Note nous indiquerons quelques propriétés de ces trajectoires.

1. $z_t = x_t + iy_t$ étant la position au temps t du point qui au temps $t = 0$ occupait la position $z = x + iy$ dans D, les fonctions $x_t |w(z_t)|$ et $\log x_t + \arg w(z_t)$ croissent avec t, les fonctions $x_t^{-1} |w(z_t)|$ et $-\log x_t + \arg w(z_t)$ sont décroissantes.

2. Si pour un point initial z de D l'abscisse x_t (qui croît avec t) tend pour $t \to +\infty$ vers une limite finie, alors pour tout autre point z de D la limite finie $\lim_{t \to +\infty} x_t$ existe et est une fonction harmonique non-constante de z; $\lim_{t \to +\infty} w(z_t) = ib$, b réel, $\neq 0$ et indépendant de z. Sur toute droite x const, $\int^{\infty} u\,dy$ ou $\int_{-\infty} u\,dy$ est convergente, u étant la partie réelle de $w(z) = u(z) + iv(z)$. Inversement : soit $\int^{\infty} u\,dy$ convergente sur une droite x const. > 0, alors sur toute autre droite cette intégrale converge, u tend vers zéro et v vers une constante b pour $y \to +\infty$. Si $b > 0$, le cas

---

([1]) Séance du 16 mai 1938.

en question se produit. Même conclusion si $\int_{-\infty} u\,dy$ converge et $b < 0$. Toutes les trajectoires ont pour $t \to +\infty$ une asymptote verticale et l'argument de dz/dt tend vers $\pm \pi/2$.

3. Soit maintenant $\lim\limits_{t \to +\infty} x_t = +\infty$ quel que soit z dans D. Alors $\arg z$ peut ne pas tendre vers une limite pour $t \to +\infty$. Exemple $w(z) = z^i + A$, $A > \pi/2$.

Mais, si la dérivée angulaire λ de $w(z)$ à l'infini est positive, alors $\lim\limits_{t \to \infty} \arg z_t = \Phi(z)$, fonction harmonique non-constante dans D. Quel que soit z, $z_t e^{-\lambda t}$ tend pour $t \to \infty$ vers une fonction $K(z)$ holomorphe et univalente dans D, à dérivée angulaire égale à *un* à l'infini et jouissant de la propriété

$$\frac{dK(z_t)}{dt} = \lambda K(z).$$

4. Par rapport à la conduite pour $t < 0$ les trajectoires se partagent comme il suit :

A tout point de discontinuité y_k de $\eta(iy)$ il correspond un domaine G_k de D constitué de trajectoires aboutissant pour $t \to -\infty$ au point iy_k; $\arg(z_t - iy_t)$ tend vers une limite $\psi_k(z)$, fonction harmonique variant dans G_k entre $-\pi/2$ et $+\pi/2$.

Aux points d'un intervalle de l'axe imaginaire, sur lequel $\eta(iy)$ est constant, n'aboutit aucune trajectoire, à l'exception d'un pôle éventuel de $w(z)$. L'intervalle contient au plus *un* tel pôle et une seule trajectoire y aboutit à un temps négatif fini. A une extrémité d'un tel intervalle, si elle est point de continuité de $\eta(iy)$, n'aboutit aucune trajectoire. A tout autre point de continuité de $\eta(iy)$ aboutit une seule trajectoire à un temps négatif fini ou infini selon la convergence ou divergence de l'intégrale $\int_0^1 \frac{u\,dx}{u^2+v^2}$ sur la droite horizontale passant par ce point.

S'il existe une trajectoire ayant pour $t \to -\infty$ une asymptote $x = a > 0$, alors il existe un domaine G constitué de trajectoires dont chacune a pour $t \to -\infty$ une asymptote $x = a(z) > 0$, la fonction $a(z)$ harmonique dans G variant entre zéro et $+\infty$. Condition nécessaire et suffisante pour que ce cas se produise est l'existence d'une droite $x = a > 0$, sur laquelle $\int^{\infty} u\,dy$ ou $\int_{-\infty} u\,dy$ converge et que $\lim\limits_{y \to +\infty} w(z)$, respectivement $\lim\limits_{y \to -\infty} w(z)$, limite assurée par cette convergence (voir n° 2), soit bi, $b < 0$

respectivement > 0. On en conclut qu'une trajectoire ne peut avoir deux asymptotes verticales et tel que pour $t \to +\infty$ et pour $t \to -\infty$ y_t deviendrait infini du même signe.

S'il existe une trajectoire ayant pour $t \to -\infty$ l'asymptote $x = 0$, alors il existe un domaine constitué de trajectoires ayant la même propriété.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les directions de Borel des fonctions méromorphes d'ordre infini.* Note [1] de M. **Kwok-Ping Lee**, présentée par M. Émile Borel.

$f(z)$ étant une fonction méromorphe d'ordre infini, soient $T(r, f)$ sa fonction caractéristique et $\rho(r)$ un ordre au sens de Hiong, soit $n(r, \varphi_0, \varepsilon, b)$ le nombre des zéros de $f(z) - b$ (ou des pôles si $b = \infty$) appartenant au secteur $|\varphi - \varphi_0| < \varepsilon$, $|z| \leqq r$. Posons

$$U(r) = r^{\rho(r)}, \qquad \overline{\lim_{r=\infty}} \frac{\log n(r, \varphi_0, \varepsilon, b)}{\log U(r)} = k(\varphi_0, b, \varepsilon), \qquad k(\varphi_0, b) = \lim_{\varepsilon=0} k(\varphi_0, b, \varepsilon).$$

M. Valiron [2] a défini $k(\varphi_0, b)\rho(r)$ comme étant l'ordre réel de $f(z) - b$ dans la direction φ_0.

D'après les deux formules de M. R. Nevanlinna, relatives aux fonctions méromorphes dans un angle [3] si $2\sigma \geqq 1$, si les $b_\mu e^{i\beta_\mu}$ sont les pôles de $f(z)$ appartenant au secteur $0 \leqq \varphi \leqq \gamma$ ($\gamma\sigma = \pi$), $0 < \rho_0 < |z| < r$, et si l'on pose

$$A(r, f) = \frac{\sigma}{\pi} \int_{\rho_0}^{r} \left[\log |f(t)| + \log \left| f\left(t e^{i\frac{\pi}{\sigma}}\right) \right| \right] \left(\frac{1}{t^\sigma} - \frac{t^\sigma}{r^{2\sigma}} \right) \frac{dt}{t},$$

$$B(r, f) = \frac{2\sigma}{\pi r^\sigma} \int_0^{\frac{\pi}{\sigma}} \log |f(r e^{i\varphi})| \sin \sigma\varphi \, d\varphi,$$

$$C(r, f) = 2 \sum_{\rho_0 \leqq b_\mu \leqq r} \left(\frac{1}{b_\mu^\sigma} - \frac{b_\mu^\sigma}{r^{2\sigma}} \right) \sin \sigma\beta_n,$$

$$S(r, f) = A(r, f) + B(r, f) + C(r, f),$$

on a

$$\text{(1)} \qquad S\left(r, \frac{1}{f}\right) = S(r, f) + O(1),$$

---

[1] Séance du 16 mai 1938.

[2] *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 575-577.

[3] *Acta Societatis scientiarum Fennicæ*, 50-XII, 1925, p. 1-45.

et

$$(\mathrm{II})\quad \begin{cases} S(r,f) < \sum_1^3 C\left(r, \frac{1}{f-z_r}\right) + R(r), \\ R(r) < 2\sum_1^3 \left[A\left(r, \frac{f'}{f-z_r}\right) + B\left(r, \frac{f'}{f-z_r}\right)\right] + O(1), \end{cases}$$

les trois nombres z_r étant supposés distincts [si un z_r est infini, $f(z) - z_r$ est remplacé par $f(z)$ dans A, B et dans C]. Nous allons étudier le cas où les nombres z_r $(r = 1, 2, 3)$ sont remplacés par trois fonctions méromorphes $\psi_r(z)$ $(r = 1, 2, 3)$ de la famille $K(\delta, f)$ comprenant toutes les constantes et toutes les fonctions méromorphes entièrement distinctes telles que chacune d'elles $\psi(z)$ satisfait à la condition

$$(1)\qquad T(r,\psi) < U(r)^{\delta} \qquad (0 < \delta < 1),$$

pour $r > r_0(\psi)$. Il est évident que toutes les fonctions, résultats d'opérations rationnelles sur des fonctions de la famille $K(\delta, f)$, sont des fonctions de la famille $K(\delta + \varepsilon, f)$, ε étant arbitrairement petit.

De l'inégalité de Jensen et d'un calcul de M. Valiron, on tire

$$(2)\qquad S(r,\psi) < U(r)^{\delta+\varepsilon'} \qquad (\varepsilon' \text{ arbitrairement petit}).$$

2. Posons

$$F(z) \equiv \frac{f(z) - \psi_1(z)}{f(z) - \psi_2(z)}\,\frac{\psi_3(z) - \psi_2(z)}{\psi_3(z) - \psi_1(z)},$$

$\psi_i(z)$ $(i = 1, 2, 3)$ étant tous fonctions distinctes de la famille $K(\delta, f)$.

Appliquant l'inégalité (II) pour la fonction $F(z)$ et pour les trois valeurs $z_1 = 0$, $z_2 = 1$, $z_3 = \infty$, on a

$$S(r,F) < C\left(r, \frac{1}{F}\right) + C\left(r, \frac{1}{F-1}\right) + C(r,F) + R(r),$$
$$R(r) < 2\left[2A\left(r, \frac{F'}{F}\right) + B\left(r, \frac{F'}{F-1}\right)\right] + O(1).$$

On peut utiliser la méthode de M. Valiron (*loc. cit.*) et en déduire

$$(3)\qquad R(r) = O[\log U(r)].$$

En appliquant (1), (2) et (3) on a l'inégalité suivante

$$(4)\quad C\left(r, \frac{1}{f-\psi}\right) < C\left(r, \frac{1}{f-\psi_1}\right) + C\left(r, \frac{1}{f-\psi_2}\right) + C\left(r, \frac{1}{f-\psi_3}\right) + O[U(r)^{\delta+\varepsilon_1}]$$

pour toutes les valeurs de r suffisamment grandes, où ε_1 est arbitrairement petit.

Supposons alors que, δ_1 étant donné moindre que 1 et plus grand que δ, on ait

$$n\left(r, \frac{\gamma}{2}, \frac{\gamma}{2}, \psi\right) < U(r)^{\delta_1}$$

à partir d'une valeur de r, pour trois fonctions $\psi(z)$ de $K(\delta, f)$. Pour chaque $\psi(z)$ de $K(\delta, f)$ on aura, d'après (4) à partir d'une valeur $r'(\psi)$,

$$C\left(r', \frac{1}{f-\psi}\right) = O[U(r)^{\delta_1}],$$

ce qui fournira une borne pour $n(r, \gamma/2, \gamma/4, \psi)$.

On a ainsi démontré :

Théorème de M. Valiron. — *Soit $f(z)$ une fonction méromorphe d'ordre infini $\rho(r)$ au sens de Hiong. Le coefficient $k(\varphi_0, \psi)$ de l'ordre réel des zéros de $f(z) - \psi(z)$ dans une direction donnée φ_0 quelconque a la même valeur $k(\varphi_0)$ pour toutes les fonctions $\psi(z)$ de la famille $K(\delta, f)$, sauf au plus deux pour lesquelles il est inférieur à $k(\varphi_0)$, $k(\varphi_0)$ étant supposé $> \delta$.*

En particulier, *il suffit que, pour un φ_0 et une fonction $\psi(z)$ de $K(\delta, f)$, $k(\varphi_0, \psi) = 1$ pour que la direction φ_0 soit direction de Borel d'ordre $\rho(r)$ de $f(z)$ par rapport à la famille $K(\delta, f)$ de fonctions méromorphes.* Qu'il existe au moins une telle direction résulte du procédé de partages successifs à partir d'une valeur ψ ou une fonction $\psi(z)$ non exceptionnelle, pour le plan entier.

ASTROPHYSIQUE. — *Le spectre des noyaux cométaires et les bandes de la molécule* CH. Note de M. **Jean Dufay**, présentée par M. Charles Fabry.

1. Le spectre des noyaux cométaires est essentiellement caractérisé par deux groupes de radiations, vers 4050 et 4300 Å. M. Nicolet a montré

récemment [1] que le second devait *très probablement* être attribué à la bande $0 \rightarrow 0$ du système $A^2\Delta \rightarrow X^2\Pi$ de la molécule CH. Les mesures effectuées à l'Observatoire de Lyon, avec la collaboration de Mlle Bloch, de MM. Ellsworth et Gauzit permettent de mettre cette conclusion *absolument hors de doute et d'établir ainsi définitivement la présence de l'hydrogène dans les Comètes*. Le Tableau I, qui donne toutes les longueurs d'onde mesurées entre 4290 et 4340 Å, sur les enregistrements microphotométriques des spectres des Comètes Peltier, Wilk, Whipple, Finsler et Encke, montre en effet que l'on retrouve très exactement les diverses raies de rotation dont la présence a été envisagée par M. Nicolet, avec des intensités relatives assez conformes aux prévisions théoriques.

TABLEAU I [2].

	CH.	Peltier.	Finsler.	Encke.	Whipple.	Wilk.
R_2 (3)........	4291,1					
R_1 (3)........	4292,0	4291,8 (2)		4292 (1)	4291 (0)	4291 (1,5)
			4293,6 (3)			
R_2 (2)........	4296,6	4295,2 (1)	4296,3 (3)			
R_1 (2)........	4297,9	4297,9 (2)	4297,1 (3)	4297 (1)	4298 (1)	4297 (2)
R_2 (1)........	4300,2	4300,0 (2)	4300,2 (3)	4300 (1)	4301 (2)	
R_1 (1)........	4303,9	4304,0 (2)	4304,8 (3)	4304 (0)	4304 (2)	4305 (1)
			4307 ? (1)	4307 (2)		
		4308,8 (2)	4309,1 (3)	4311 (1)	4310 (1)	
Q_2 (4)........	4312,2					
Q_2 (3)........	4312,5	4312,5 (2)	4312,5 (1)			
Q_2 (2)........	4312,7					
Q_1 (4)........	4312,9					
Q_1 (3)........	4313,6					
Q_1 (2)........	4314,2	4314,8 (2)	4313,9 (5)	4314 (2)	4315 (2)	4313 (3)
		4320,1 (2)	4319,0 (4)	4319 (2)	4320 (1)	4319 (3)
		4324,3 (3)	4324,3 (4)	4325 (2)	4323 (1)	4323 ?
P_2 (3)........	4328,8	4329,1 (2)			4329 (3)	
P_1 (3)........	4329,9	4330,4 (3)	4329,4 (2)	4330 (1)	4330 (3)	
P_2 (4)........	4333,9	4333,5 (1)				
P_1 (4)........	4334,7	4335,8 (1)	4335,8 (2)	4336 (1)	4336 (2)	4335 (2)
P_2 (5)........	4338,6					
P_1 (5)........	4339,3	4339,0 (2)	4339,0 (3)	4339 (1)	4341 (2)	

(1) *Zeitschrift für Astrophysik*, 15, 1938, p. 154.

(2) Les spectres des comètes Peltier et Finsler, plus brillantes, ont été photographiés avec une dispersion plus grande que les spectres des trois autres comètes.

2. La présence de radiations étrangères à la bande est certaine à 4324 et 4319 Å, probable à 4309 et 4307 Å. Mais on sait que la bande 1 → 1 du même système, plus faible que la bande 0 → 0, est en grande partie superposée à celle-ci. Connaissant les valeurs approximatives des fréquences de vibration dans les états $A^2\Delta$ et $X^2\Pi$ (2800 et 2851 ou 2859 cm^{-1}), on trouve que l'on doit observer comme radiations distinctes, dans l'intervalle considéré, les premières raies de rotation des branches Q à 4324 Å, et celles des branches R à 4309 et 4307 Å. *Ainsi, toutes les radiations des comètes comprises entre 4290 et 4340 Å peuvent être interprétées au moyen des bandes* 0 → 0 *et* 1 → 1 *du système de* A → X *de* CH, *à l'exception de la radiation* 4319 *que j'ai déjà rapprochée d'une bande* A → X *de la molécule* N^2 (³).

3. On n'a encore aucune indication sur l'origine possible du groupe 4050 Å des noyaux. Mais j'ai montré, avec Cabannes (⁴), que les radiations des groupes 4050 et 4300 Å, mesurées par Baldet, paraissaient se correspondre deux à deux, avec une différence de fréquence constante, voisine de 1500 cm^{-1}. Les mesures effectuées sur les cinq comètes précédentes confirment l'existence de cette relation.

Le Tableau II donne, d'après l'ensemble de nos mesures, les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 des raies correspondantes (dans l'air), ainsi que les différences $n_1 - n_2$ de leurs fréquences (en cm^{-1} dans le vide). On remarque que la distribution des intensités est sensiblement la même dans les deux groupes; ainsi, à la plus forte raie du premier, 4051,5, correspond la plus forte du second, 4314,3, etc.

Tableau II.

λ_1.	λ_2.	$n_1 - n_2$.	λ_1.	λ_2.	$n_1 - n_2$.
4031,8 (1,5)	4291,8 (1,5)	1502	4051,5 (3)	4314,3 (3)	1503
4036,8 (1,5)	4297,3 (2)	1502	4065,8 (2)	4329,7 (2,5)	1499
4039,8 (2)	4300,3 (2)	1499	4067,7 (2)	4333,1 (2)	1505
4042,3 (2,5)	4303,4 (1,5)	1507	4071,9 (1,5)	4335,8 (1)	1500
4049,0 (2,5)	4312,5 (1,5)	1509	4073,2 (2)	4339,5 (2)	1506

Comme le groupe 4300 est maintenant attribué à la molécule CH, ou bien notre classification est purement illusoire et ne repose que sur des coïncidences fortuites, ou bien le groupe 4050 représente une bande dont

(³) J. Dufay, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 745.
(⁴) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 903.

la structure est très semblable à celle des bandes $A^2\Delta \to X^2\Pi$ de CH. En faveur de cette seconde alternative, on peut remarquer qu'aux radiations étrangères à la bande $0 \to 0$ dans le groupe 4300, ne correspondent pas de radiations du groupe 4050. Cependant, on ne connaît aucune bande de CH vers 4050 et il paraît impossible qu'il s'en trouve une appartenant au système $A \to X$. On est ainsi conduit à se demander si les radiations voisines de 4050 ne pourraient pas être émises par la molécule CH en passant d'un niveau supérieur encore inconnu (et peut-être métastable) à l'état normal $X^2\Pi$.

GÉODÉSIE. — *Valeurs de la gravité au Sahara et au Soudan.* Note de M. **Jean Lagrula**, présentée par M. Georges Perrier.

Les valeurs suivantes de l'intensité de la pesanteur ont été déterminées au moyen du pendule Holweck-Lejay de l'Observatoire d'Alger, au cours d'une campagne de quatre mois. L'instrument fit preuve d'une excellente stabilité; la variation dite séculaire de la période fut très faible; dix recoupements, comportant un écart moyen de 1,2 milligal, permettent de la suivre avec précision. A Tamanrasset (Observatoire), je déterminai la courbe de température qui, comparée aux courbes analogues obtenues à Paris et à Alger, assure la relation pesanteur-période-température : la formule théorique de M. Lejay est confirmée.

Les stations nouvelles, au nombre de 58, sont réparties en trois groupes : 13 dans le Sahara septentrional, 24 dans le Sahara central (Hoggar), 21 entre le massif du Hoggar et le lac Tchad. D'une manière générale, l'accord entre les valeurs observées et les valeurs calculées est remarquable.

L'Observatoire de Tamanrasset, la brigade saharienne du Service Géographique de l'Armée, le Lieutenant et Mme Henri Brandstetter facilitèrent largement le succès de cette campagne.

Lieu.	Longitude (Est de Greenw.).	Latitude.	Altitude.	Densité.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	° ′	° ′	mètres		gals	gals	gals	gals			gals	milligals	milligals
Tit	5.13,8	22.58,2	1170	2,6	978,537	978,898	978,770	978,816	85	46	978,834	+ 64	64
Abalessa	4.50	22.54	920	2,6	978,592	978,876	978,775	978,811	65	36	978,829	+ 47	54
Iglene	4.57	22.53,5	920	2,6	978,587	978,871	978,770	978,811	60	41	978,829	+ 42	59
Oued Araouane	5.11	23. 7	1070	2,6	978,558	978,888	978,771	978,826	62	55	978,843	+ 45	72
Oued Ouan-Rakli	5. 7	23.22	1000	2,6	978,593	978,902	978,793	978,842	60	49	978,860	+ 42	67
In Amgel	5. 7,5	23.45	965	2,6	978,632	978,930	978,825	978,867	63	42	978,885	+ 45	60
In Fedjeg	5.30	22.33,5	1175	2,6	978,500	978,863	978,734	978,789	74	55	978,807	+ 56	73
Oued Toufaget	5.29	22.18	980	2,6	978,534	978,836	978,729	978,773	63	44	978,791	+ 45	62
Zazir	5.33	21.26	676	2,6	978,585	978,793	978,719	978,719	74	00	978,737	+ 56	18
Laouni	5.41	20.22	527	2,6	978,550	978,713	978,655	978,655	58	00	978,673	+ 40	− 18
In Guezzam	5.47	19.34	410	2,6	978,526	978,653	978,608	978,609	44	01	978,627	+ 26	− 19
Oued Timmersou	6. 5	18.47	396	2,6	978,504	978,627	978,583	978,565	62	18	978,583	+ 44	00
In Abangharit	5.59	17.54	354	2,5	978,438	978,547	978,510	978,518	− 29	08	978,536	+ 11	− 26
Teggida n'Teçum	6.35	17.25	375	2,5	978,417	978,533	978,494	978,493	40	01	978,511	+ 22	17
Agadès	7.52	16.55	525	2,5	978,354	978,516	978,461	978,467	49	− 06	978,485	+ 31	− 24
Abalemma	7.48	16.17	486	2,5	978,336	978,486	978,435	978,436	50	01	978,454	+ 32	19
Aderbissinat	7.53	15.37	469	2,5	978,299	978,444	978,395	978,404	40	09	978,422	− 22	− 27
In Samia	8.23	14.53	456	2,5	978,258	978,399	978,351	978,370	29	19	978,389	+ 10	− 38
Tessaoua	7.59	13.45	427	2,5	978,239	978,371	978,326	978,321	30	05	978,340	+ 31	− 14
Zinder	8.59	13.49	475	2,5	978,220	978,367	978,317	978,324	43	07	978,343	+ 24	− 26
Myrria	9. 9	13.43	415	2,5	978,234	978,362	978,320	978,320	+ 42	00	978,339	+ 23	− 19
Kano	8.32	12.1	496	2,6	978,159	978,312	978,258	978,254	58	+ 04	978,272	+ 40	− 14
Wudil	8.56	11.59	443	2,5	978,161	978,298	978,251	978,252	46	01	978,271	+ 27	− 20
Jamary	9.56	11.50	426	2,4	978,178	978,310	978,267	978,247	63	20	978,266	+ 44	+ 01
Potiskum	10.55	11.48	465	2,4	978,155	978,299	978,252	978,246	+ 53	+ 06	978,264	+ 35	− 12
Damatrou	11.52	11.54	375	2,4	978,226	978,342	978,304	978,249	+ 93	+ 55	978,268	+ 74	+ 36
Maidugari	13.12	11.53	416	2,4	978,189	978,318	978,276	978,249	+ 69	+ 27	978,267	+ 51	+ 09
Abati	14.22	12. 5	317	2,4	978,220	978,318	978,286	978,256	+ 62	+ 30	978,275	+ 43	+ 11
Fort-Lamy	15. 5	12.14	300	2,4	978,208	978,301	978,271	978,261	+ 40	+ 10	978,280	+ 21	− 09

Lieu.	Longitude (Est de Greenw.).	Latitude.	Altitude.	Densité.	g.	g_0.	g''_0.	γ_0.	$g_0-\gamma_0$.	$g''_0-\gamma_0$.	γ'_0.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.
	° ′	° ′	mètres		gals	gals	gals	gals	mgals	mgals	gals	mgals	mgals
Tilremt............	3.22	33. 9,5	750	2,5	979,405	979,636	979,557	979,575	+ 61	− 18	979,591	+ 45	− 34
Ouargla............	5.19,5	31.57,8	135	2,3	979,439	979,481	979,468	979,477	+ 04	− 09	979,493	− 12	− 25
Garet-Chamba.......	3.40	31.37	401	2,4	979,367	979,491	979,451	979,450	+ 41	+ 01	979,466	+ 25	− 15
El Adjar...........	4.38	31.22	230	2,4	979,375	979,446	979,423	979,430	+ 16	− 07	979,446	00	− 23
El Goléa...........	2.53	30.35	391	2,5	979,263	979,383	979,342	979,367	+ 16	− 25	979,383	00	− 41
Fort-Miribel.......	3. 0	29.26	477	2,5	979,165	979,312	979,262	979,277	+ 35	− 15	979,294	+ 18	− 32
Fort-Mac-Mahon.....	1.37	29.46	430	2,4	979,179	979,312	979,269	979,303	+ 09	34	979,320	− 08	51
Timimoun...........	0.14	29.15	309	2,4	979,182	979,278	979,247	979,263	+ 15	− 16	979,280	− 02	− 33
Adrar..............	−0.17,2	27.52	277	2,4	979,091	979,176	979,148	979,158	+ 18	− 10	979,175	+ 01	− 27
Aoulef.............	1. 6	27. 1	290	2,4	979,005	979,094	979,065	979,095	− 01	30	979,112	− 18	47
In Salah...........	2.29	27.11	275	2,4	979,025	979,110	979,082	979,108	+ 02	− 26	979,125	− 15	43
Tigelgemine........	3.31	26.13	330	2,5	978,963	979,065	979,030	979,038	+ 27	− 08	979,055	+ 10	− 25
Arak...............	3.44	25.20	570	2,6	978,865	979,041	978,979	978,975	+ 66	+ 04	978,992	+ 49	− 13
Iniker.............	5. 5	24. 2	980	2,6	978,656	978,958	978,851	978,886	+ 72	− 35	978,904	+ 54	− 53
Tamanrasset-1......	5.31,6	22.47,8	1365	2,6	978,472	978,893	978,744	978,805	+ 88	− 61	978,823	+ 70	79
Tamanrasset-2......	5.31,0	22.47,2	1359	2,6	978,474	978,893	978,745	978,804	+ 89	− 59	978,822	+ 71	− 77
Tamanrasset-3......	5.30,2	22.47,4	1357	2,6	978,475	978,893	978,745	978,804	+ 89	59	978,822	+ 71	− 77
Tamanrasset-4......	5.31,4	22.47,0	1361	2,6	978,467	978,887	978,738	978,804	+ 83	− 66	978,822	+ 65	84
Tamanrasset-5......	5.32,4	22.47,3	1374	2,6	978,473	978,897	978,747	978,804	+ 93	− 57	978,822	+ 75	− 75
Tamanrasset-6......	5.31,2	22.48,0	1370	2,6	978,472	978,895	978,745	978,805	+ 90	− 60	978,823	+ 72	− 78
Tamanrasset-7......	5.31,8	22.51,2	1384	2,6	978,476	978,903	978,752	978,809	+ 94	− 57	978,827	+ 76	− 75
Tamanrasset-8......	5.32,6	22.44,5	1341	2,6	978,475	978,889	978,743	978,802	+ 87	− 59	978,820	+ 69	− 77
Tamanrasset-9......	5.31,3	22.41	1282	2,6	978,518	978,913	978,773	978,798	+115	− 25	978,815	+ 98	− 42
Volcan-1...........	5.24,5	22.46,9	1331	2,6	978,463	978,874	978,729	978,804	+ 70	− 75	978,822	+ 52	− 93
Volcan-2...........	5.20,7	22.45,4	1289	2,6	978,499	978,896	978,755	978,802	+ 94	− 47	978,820	+ 76	− 65
Pilon-1............	5.36,6	22.52,6	1444	2,6	978,446	978,892	978,734	978,810	+ 82	− 76	978,828	64	94
Pilon-2............	5.33,8	22.50,6	1429	2,6	978,456	978,897	978,741	978,808	+ 89	− 67	978,826	+ 71	− 85
Ours...............	5.25,5	22.51,2	1372	2,6	978,462	978,885	978,735	978,809	+ 76	− 74	978,827	+ 58	− 92
Adar-Ajerene.......	5.39,4	22.51,4	2100	2,6	978,283	978,931	978,702	978,809	+122	−107	978,827	+104	125

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *La masse et la gravitation.*
Note de (1) M. JEAN ROUBAUD-VALETTE, présentée par M. Louis de Broglie.

Prenons une dimension d'hyperespace u en plus de l'espace-temps.

La transformation générale est le produit d'une transformation de Lorentz dans l'espace-temps et d'une transformation de Lorentz temps-hyperespace. On a (en prenant $\vec{v}$ suivant Ox)

$$\Gamma''_1 \mathrm{I} = \Gamma_1 \mathrm{I} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} + \Gamma_2 \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$\Gamma''_2 = \Gamma_1 \mathrm{I} \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} + \Gamma_2 \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} + \Gamma \frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}},$$

$$\Gamma'' = \Gamma_1 \mathrm{I} \frac{\beta\gamma}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} + \Gamma_2 \frac{\gamma}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} + \Gamma \frac{1}{\sqrt{1-\gamma^2}}.$$

On voit que, $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 - du^2$ se conservant.

$$\beta = \frac{v}{c}, \qquad \gamma = \frac{\frac{v_u}{c}}{\frac{ds}{dt}}.$$

Pour axes Γ''_1, Γ''_2, Γ'' liés au corpuscule on a $0 + \Gamma''_2 \mu_0 c + 0$ (où μ_0 est la masse universelle dépendant de la courbure de l'Univers) comme vecteur impulsion. Ce qui donne pour des axes au repos

$$\Gamma_1\left(\mathrm{I} \frac{\mu_0 v_x}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} + \ldots\right) + \Gamma_2 \frac{\mu_0 c}{\sqrt{1-\beta_2}\sqrt{1-\gamma^2}} + \Gamma \frac{\mu_0 c \gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} = \Gamma''_2 \mu_0 c$$

ou

$$\Gamma_1(\mathrm{I} P_x + \ldots) + \Gamma_2 \frac{W}{c} + \Gamma P_u = \Gamma''_2 \mu_0 c.$$

On a, en élevant les deux membres au carré,

$$\frac{W^2}{c^2} = \left(\vec{P}\right)^2 + P_u^2 + \mu_0^2 c^2,$$

forme hamiltonienne de l'énergie pour l'hyperespace.

Si l'on fait intervenir des potentiels on a, en appelant $\mu_0 \Phi$ le potentiel de

---

(1) Séance du 9 mai 1938.

gravitation; la décomposition

$$\frac{W}{c} - \frac{eV}{e} = \mu_0 \frac{c}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} = \mu_0 c \frac{c\,dt}{ds},$$

$$\vec{P} - \frac{e\vec{A}}{e} = \mu_0 \frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} = \mu_0 c \frac{d\vec{l}}{ds},$$

$$P_u - \mu_0 \Phi = \mu_0 c \frac{du}{ds}.$$

Posons $\lambda = v_u/c$, on a

$$\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2} = \sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}.$$

L'expression hamiltonienne

$$\left(\frac{W}{c} - \frac{eV}{c}\right)^2 = \left(\vec{P} - \frac{eA}{c}\right)^2 + (P_u - \mu_0\Phi)^2 + \mu_0^2 c^2$$

est équivalente à

$$\left(\frac{W}{c} - \frac{eV}{c}\right)\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}} = \left(\vec{P} - \frac{e\vec{A}}{c}\right)\frac{\frac{\vec{v}}{c}}{\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}} + (P_u - \mu_0\Phi)\frac{\frac{v_u}{c}}{\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}} + \mu_0 c,$$

d'où

$$\frac{W}{c} - \vec{P}\frac{\vec{v}}{c} - P_u\frac{v_u}{c} = \frac{eV}{c} - \frac{e\vec{A}}{c}\frac{\vec{v}}{c} - \mu_0\Phi\frac{v_u}{c} + \mu_0 c\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}.$$

Exprimons que le scalaire d'hyperespace

$$\left(W - \vec{P}\vec{v} - P_u v_u\right) = eV - e\vec{A}\vec{v} - \mu_0\Phi v_u + \mu_0 c^2\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2} = \mathcal{L}$$

a une valeur invariante. $\delta\mathcal{L} = 0$ donne donc sur ox

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x} - \frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial v_x} = 0 \qquad \text{d'où} \quad -hx - \left(\frac{\vec{v}}{c}\wedge\vec{H}\right)_x - \mu_0\frac{\partial\Phi}{\partial x}v_u + \frac{d}{dt}\left(\frac{\mu_0 c\frac{v_x}{c}}{\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}}\right) = 0$$

ou

$$(1) \qquad \frac{dP_x}{dt} = hx + \left(\frac{\vec{v}}{c}\wedge\vec{H}\right)_x + \mu_0\frac{\partial\Phi}{\partial x}v_u,$$

nous voyons apparaître les équations de la mécanique en posant

$$\mu_0\frac{\partial\Phi}{\partial x}v_u = F_x.$$

Sur le 5e axe oU, on a

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial u} - \frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial v_u} = 0$$

qui donne, si β est très petit devant λ,

$$\text{(2)}\qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\mu_0 c\,\frac{v_u}{c}}{\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}}\right)=0 \quad \text{ou} \quad \frac{d}{dt}(m_0 c)=0,$$

c'est l'invariance apparente de la masse propre, postulat de la mécanique relativiste restreinte.

Reprenons (1) en tenant compte de

$$\frac{d}{dt}(m_0 c)=0,$$

on a, puisque $m_0 c = \frac{\mu_0 c}{\sqrt{1-\lambda^2}}$,

$$m_0 \frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{ds}{dt}=\frac{d}{dt}\left(m_0\frac{v_x}{\sqrt{1-\beta^2}}\frac{1}{\gamma}\right),$$

comme $\gamma \neq 1$, on a sensiblement

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{v_x}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)=\frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{ds}{dt}=g_x,$$

formule classique de la relativité restreinte.

Comme m_0 n'est pas donnée *a priori*, mais s'exprime par une fonction de la vitesse de l'hyperespace, le fait que m_0 disparaît dans (2), montre l'identité de la masse gravifique et de la masse coefficient d'inertie.

ÉLECTRICITÉ. — *Étude d'un semi-conducteur en courant alternatif.* Note de M. **Georges Dechène**, présentée par M. Aimé Cotton.

La surface de séparation d'un métal et d'un semi-conducteur peut être assimilée à un condensateur shunté par une résistance de contact; j'ai montré (1) que la valeur de la capacité de contact peut être obtenue en étudiant le régime d'établissement d'un courant continu dans le semi-conducteur.

J'ai également déterminé des capacités de contact en courant alternatif. Désignons par R la résistance ohmique du semi-conducteur, par r et r' les résistances de contact sur les deux électrodes, supposées constantes dans la

(1) *Comptes rendus*, 206, 1936, p. 828.

limite des tensions utilisées; si C et C' sont les capacités des deux contacts un calcul élémentaire montre que, lorsqu'une tension alternative $v = V\cos\omega t$ est appliquée au semi-conducteur, l'intensité du courant $i = I\cos(\omega t + \varphi)$ est en avance de phase d'un angle φ donné par la formule

$$(1)\qquad \operatorname{tang}\varphi = \frac{\dfrac{c\omega r^2}{1 + c^2\omega^2 r^2} + \dfrac{c'\omega r'^2}{1 + c'^2\omega^2 r'^2}}{\dfrac{r}{1 + c^2\omega^2 r^2} + \dfrac{r'}{1 + c'^2\omega^2 r'^2} + R},$$

J'ai tracé à l'aide d'un oscillographe cathodique la courbe elliptique qui s'obtient en portant en abscisses la tension alternative utilisée et en ordonnées la chute de potentiel dans une résistance assez élevée en série dans le circuit (pour les calculs, la valeur de cette résistance doit être incorporée au terme R). L'étude de cette courbe permet de déterminer l'angle φ; pour en déduire la valeur des capacités de contact, je me suis placé dans un des cas particuliers suivants :

a. les deux contacts sont identiques ($c = c'$, $r = r'$),

$$(2)\qquad \operatorname{tang}\varphi = \frac{2c\omega r^2}{2r + R(1 + c^2\omega^2 r^2)};$$

b. une des résistances de contact est nulle ($r' = 0$),

$$(3)\qquad \operatorname{tang}\varphi = \frac{c\omega r^2}{r + R(1 + c^2\omega^2 r^2)};$$

Dans les deux cas, l'angle φ, nul pour $\omega = 0$ et $\omega = \infty$, passe, pour une fréquence convenable du courant alternatif, par un maximum φ_m

$$\left[\text{cas } a : \operatorname{tang}\varphi_m = \frac{r}{\sqrt{R(R + 2r)}};\quad \text{cas } b : \operatorname{tang}\varphi_m = \frac{r}{2\sqrt{R(R + r)}}\right];$$

ce maximum reste faible si r est petit par rapport à R. La détermination d'une capacité de contact en courant alternatif n'est donc possible qu'aux deux conditions suivantes : 1° la résistance r du contact est suffisamment grande; 2° la fréquence du courant alternatif utilisé n'est ni trop faible ni trop élevée; dans de nombreux cas, le courant à 50 périodes convient bien.

Les résultats confirment ceux que j'ai obtenus par l'étude de l'établissement d'un courant continu dans un semi-conducteur; les capacités de contact sont d'autant plus élevées que le milieu est moins résistant.

Exemple. — Avec du chlorure de plomb de faible résistivité (10^3 ohms-cm), la capacité du contact est $0,8.10^{-7}$ farad par centimètre

carré d'électrode; elle devient égale à $3.5.10^{-11}$ farad lorsque la substance a été desséchée (résistivité 32.10^6 ohms-cm).

J'ai déterminé plusieurs capacités de contact par les deux méthodes, les résultats ont été suffisamment concordants.

Exemple. — Semi-conducteur utilisé, carbonate de sodium effleuri; résistivité 43.10^6 ohms-cm.

Capacité de contact par centimètre carré d'électrode.

En courant alternatif... $0,9.10^{-11}$ farad   En courant continu... $0,8.10^{-11}$ farad

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES. — *Sur un oscillateur de relaxation à lampe bigrille.* Note de M. **Henri Morin**, présentée par M. Aimé Cotton.

Cette Note a pour objet l'étude du fonctionnement d'un oscillateur de relaxation à lampe bigrille, à période stable.

Montage. — Le filament d'une lampe bigrille Philips A 441 N est chauffé par un accumulateur (4 volts); un rhéostat de 15 ohms fixe le courant de chauffage, I*f*. La tension anodique E est fournie par des accumulateurs (44 volts).

La grille intérieure (GI) est reliée : d'une part par une résistance non inductive, *r*, de 40000 ohms, à la tension anodique; d'autre part par une capacité C et une résistance non inductive, R, en série, au pôle négatif de l'accumulateur de 4 volts.

La grille extérieure (GE) est reliée au point commun de C et R. Enfin la plaque est reliée par une résistance non inductive de 10000 ohms à la tension anodique.

Un oscillographe Dubois, précédé d'un amplificateur, a permis l'enregistrement photographique des oscillations.

J'ai obtenu une oscillation à période stable en éliminant du montage tout ce qui peut présenter une self-induction (seule reste la self des connexions) et en soudant le contact du rhéostat, une fois la valeur de I*f* fixée.

J'appelle *u* la tension grille extérieure (GE)-filament; I*g* le courant grille intérieure (GI)-filament; I*a* le courant plaque-filament.

L'oscillateur décrit fonctionne pour $59 < If < 65$ µA.

1° En faisant varier I*f* entre ces limites j'ai obtenu : pour la tension *u* en fonction du temps, 3 formes distinctes d'oscillations; pour le courant I*g* en fonction du temps, 2 formes distinctes d'oscillations; pour le courant I*a*

en fonction du temps, 4 formes distinctes d'oscillations (ce résultat peut s'expliquer par la déformation des caractéristiques dynamiques de grille intérieure et de plaque, lorsque If varie).

2° Lorsque If tend vers la valeur supérieure limite de fonctionnement la période de l'oscillation reste finie, mais les amplitudes de u, Ig, Ia tendent vers zéro, et l'oscillateur s'arrête.

3° Au moment d'un top, un courant traverse la capacité C et passe par l'intervalle grille extérieure-filament. GE fonctionne alors comme anode.

4° Le fonctionnement de l'oscillateur est lié à la pente $S(u)$ de la caractéristique dynamique de grille intérieure $Ig = f(u)$,

$$S(u) = \frac{d}{du}(Ig) = \frac{d}{du}[f(u)] \qquad [S(u) < 0],$$

$S(u)$ a l'allure suivante : pour $u = u_m < 0$, $S(u) = 0$ (courant de saturation); lorsque u croît de u_m jusqu'à une valeur u_0, $|S(u)|$ augmente, mais reste petite; au voisinage de u_0, $|S(u)|$ augmente rapidement, passe par un maximum pour $u = u_m$, puis diminue. Le système pouvant osciller, c'est qu'une variation $(du)_1$ appliquée à la grille extérieure donne, par l'intermédiaire de la lampe, une variation $(du)_2$ de même sens et proportionnelle à $S(u)$. L'expérience prouve que C se décharge lorsque u passe de u_m à u_0 : donc la lampe accélère la décharge de C et d'autant plus que $|S(u)|$ est plus grande.

Les enregistrements effectués montrent que u passe brusquement de u_0 à u_M et revient brusquement de u_M à u_m. La considération de la caractéristique $Ig = f(u)$ permet d'expliquer ces résultats [variation de $S(u)$]. C'est lorsque u passe de u_0 à u_M que la grille extérieure fonctionne comme anode.

Pour des capacités C de l'ordre de 1 microfarad, les deux variations brusques de u présentent un léger écart; mais, pour des capacités inférieures à 0,1 microfarad, elles sont pratiquement confondues. Dans ce dernier cas, la période de l'oscillation sera donnée par le temps que met u à passer de u_m à u_0; on trouve

$$t = CR\int_{u_0}^{u_m}\left[\frac{1 + \frac{r}{R} + rS(u)}{u}\right]du,$$

les tensions u_m et u_0 correspondant respectivement

$$u_m \quad \text{à} \quad S(u_m) = 0, \qquad u_0 \quad \text{à} \quad 1 + \frac{r}{R} + rS(u_0) = 0.$$

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la préparation électrolytique et les propriétés du phosphure de fer*, PFe. Note de MM. **Jean-Lucien Andrieux** et **Marcel Chêne**, transmise par M. Georges Urbain.

L'étude des phosphures de fer a fait l'objet de nombreuses publications, mais, sur une dizaine de produits décrits, H. Le Chatelier et S. Wologdine ([1]) admettent seulement l'existence des quatre phosphures PFe^3, PFe^2, PFe et P^3Fe^2, la composition des deux derniers n'étant d'ailleurs pas établie de façon certaine.

W. Biltz, W. Franke, K. Meisel et R. Juza ([2]) préparent d'abord par synthèse directe les phosphures PFe^3 et PFe^2, puis, par action prolongée de la vapeur de phosphore sur ces produits, ils obtiennent PFe et P^2Fe. Quant au diagramme fer-phosphore, qui n'a pu être établi au delà de 30 pour 100 de phosphore en raison de la grande volatilité de ce métalloïde, il ne met en évidence que deux composés définis : PFe^3 et PFe^2.

Nous avons déjà signalé ([3]) la possibilité d'obtenir électrolytiquement un certain nombre de phosphures. En électrolysant des bains fondus, de composition variée, à base de phosphates alcalins ou d'acide métaphosphorique et d'oxydes ou de sels de fer, nous avons préparé plusieurs phosphures de fer. Nous nous bornerons à résumer ici les résultats relatifs au phosphure PFe, analogue au phosphure PMn, que nous avons déjà décrit ([3]).

Nous avons obtenu ce phosphure en électrolysant, dans un creuset de charbon servant de cathode, avec une baguette de charbon ou de fer comme anode, du métaphosphate de sodium ou de l'acide métaphosphorique contenant, à l'état dissous, des quantités convenables de sesquioxyde ou de protochlorure de fer, avec ou sans addition de sels halogénés. Le tableau ci-contre résume quatre expériences caractéristiques :

([1]) *Comptes rendus*, **149**, 1909, p. 709.
([2]) *Zeits. f. anorg. Chem.*, **218**, 1934, p. 346.
([3]) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 661.

Composition molaire des bains.	Température moyenne.	Tension.	Intensité.	Durée.	Poids de phosphure.
1. $HPO^3 + \frac{1}{16}Fe^2O^3 + \frac{1}{4}NaF$...	850°	5^v	15^A	1^h 30^m	5^g
2. $HPO^3 + \frac{1}{8}FeCl^2 + \frac{1}{2}NaF$....	850	5	20	1 30	3
3. $NaPO^3 + \frac{1}{16}Fe^2O^3 + \frac{1}{4}NaF$...	850	4	25	1	6
4. $NaPO^3$ (anode de fer)......	900	5	15	2	2,5

Il suffit de traiter le contenu du creuset par l'eau ou l'acide chlorhydrique étendu, pour séparer de beaux produits cristallisés.

L'analyse de ces produits a été faite par la méthode classique : attaque par l'eau régale chaude, séparation du fer par l'hydrogène sulfuré et pesée à l'état d'oxyde Fe^2O^3, précipitation du phosphore par la mixture magnésienne dans la liqueur soigneusement peroxydée. Voici les résultats :

	1.	2.	3.	4.	Calculé pour PFe.
Phosphore....	35,2	35,5	35,3	35,6	35,71
Fer..........	64,5	64,1	64,5	64,2	64,29

Le phosphure que nous avons préparé est cristallisé en belles aiguilles gris d'acier; il est faiblement magnétique; sa densité est 6,0.

Sa résistance aux agents chimiques est remarquable; il garde son éclat métallique dans l'air à la température ordinaire et à 100°. Il n'est décomposé que très lentement par les agents alcalins : soude, carbonate de sodium, nitrate de potassium, peroxyde de sodium, à l'état fondu ou en solution. Cependant l'action des persulfates alcalins est plus énergique.

Il résiste aux acides chlorhydrique et azotique, tandis qu'il est attaqué par l'acide sulfurique concentré à l'ébullition; il se dissout lentement dans l'eau régale.

Le phosphure dont nous venons d'indiquer les propriétés se distingue nettement des produits pulvérulents de couleur bleue ou noire, décrits par plusieurs auteurs comme étant le phosphure PFe. Par contre, il semble identique au composé de même formule et de même densité obtenu par Biltz, Franke, Meisel et Juza, bien qu'il se présente sous forme de plus gros cristaux, doués d'un bel éclat métallique.

Somme toute, les résultats de nos expériences confirment l'existence du phosphure de fer PFe et conduisent à une méthode simple pour le préparer à l'état cristallisé.

ÉLECTROCHIMIE. — *Potentiel normal du cadmium et rayon de l'ion cadmium dans les solutions de benzène sulfonate.* Note [1] de Mlle **Marguerite Quintin**, présentée par M. Jean Perrin.

Lorsqu'on mesure le potentiel E_{Cd} du cadmium (amalgame deux phases) dans des solutions de benzène sulfonate de cadmium [2] à différentes concentrations c les valeurs correspondant aux grandes dilutions sont anormalement grandes : la courbe de variation de E_{Cd} en fonction de Log$c$ au lieu de devenir rectiligne lorsque c décroît, comme dans le cas de $CdCl^2$, se relève beaucoup. En outre, si l'on représente les variations de la quantité

$$E'_0 = E_{Cd} + \frac{RT}{2F}\,\mathrm{Log}\,c$$

en fonction de $\sqrt{6c}$, dans le domaine des faibles concentrations E'_0 croît, le coefficient angulaire de la tangente à la courbe étant de signe inverse à celui prévu. De ce fait, toute détermination du potentiel normal E_0 est impossible.

J'ai montré [3] que ce comportement du benzène sulfonate de cadmium aux grandes dilutions devait être lié à la forte hydrolyse des solutions; tout se passant comme s'il y avait, à partir de $c < 0,005$ M, précipitation d'hydroxyde.

Les potentiels E_{Cd} observés doivent donc être rapportés non à la concentration c de sel introduit, mais à la concentration ionique (Cd^{++}) effective. Celle-ci peut être calculée à partir des valeurs expérimentales E_{Cd} en admettant que la courbe représentant les variations de E_{Cd} en fonction de Log$c$ devrait être, comme dans le cas de $CdCl^2$, linéaire aux grandes dilutions. Dans ces conditions, on obtient les résultats résumés dans le tableau ci-dessous :

c(mol. g/litre)	0,0164	0,01	0,005	0,002	0,001
E_{Cd} obs. (10^{-4}v)	4069	4123	4192	4307	4407
(Cd^{++}) calc.	0,0164	0,01	0,005	0,00167	0,000617
E'_0 (10^{-4}v)	3541	3532	3512	3486	3458

(1) Séance du 9 mai 1938.

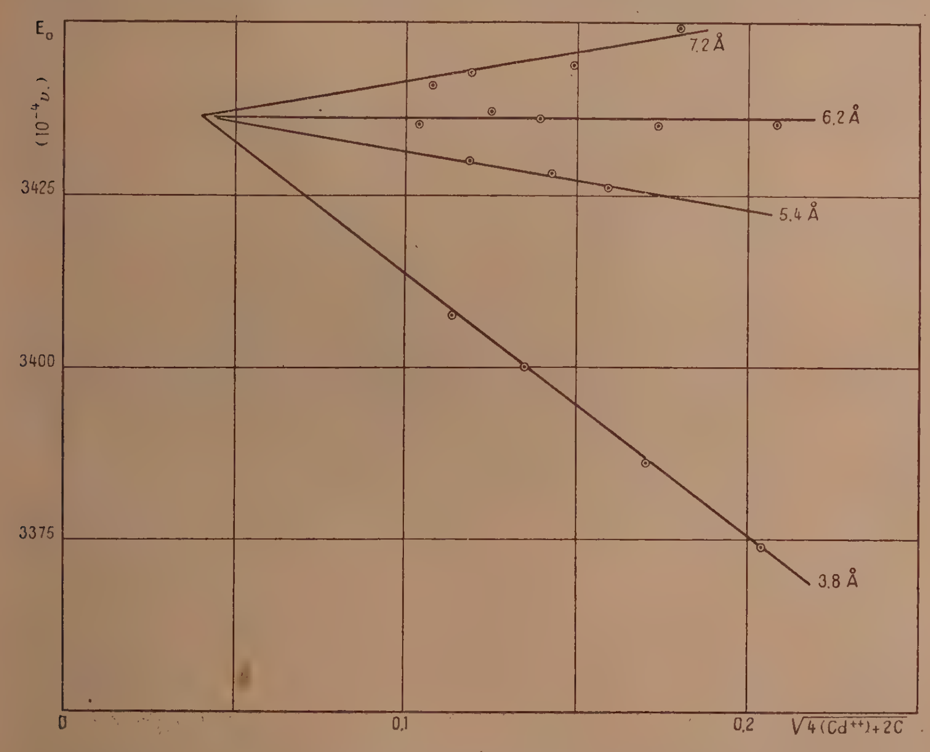
(2) M. Quintin, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 902.

(3) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1215.

La courbe représentant les variations de la quantité

$$E'_0 = E_{Cd} + \frac{RT}{2F} \text{Log}(Cd^{++})$$

en fonction de $\sqrt{2c + 4(Cd^{++})}$, racine carrée de la force ionique réelle, a une allure normale, E'_0 décroissant régulièrement avec la concentration. Mais, les quatre points correspondant aux plus grandes dilutions n'étant



pas rigoureusement en ligne droite, on ne peut déterminer le potentiel normal E_0 par la méthode d'extrapolation de Lewis. Par contre celle de La Mer est utilisable. Le coefficient d'activité f_+ de l'ion Cd^{++} est calculé par la formule de Gronwall, La Mer et Greiff ([4]) pour différentes valeurs du paramètre a, rayon de l'ion considéré, et introduit dans la relation

$$E_0 = E'_0 + \frac{RT}{2F} \text{Log} f_+$$

([4]) *J. Phys. Chem.*, 35, 1931, p. 2245.

La figure ci-dessus montre que l'on obtient une assez bonne constance de E_0 (0,3436 volt) ([5]) pour une valeur du rayon de l'ion Cd^{++} égale à 6,2 Å.

En résumé la théorie de Debye (formule généralisée de Gronwall) s'applique aux solutions diluées de benzène sulfonate de cadmium, si l'on a soin de tenir compte de l'hydrolyse de la solution. Le rayon de l'ion Cd^{++} est légèrement plus grand (6,2 Å) dans le benzène sulfonate que dans le chlorure (5,4 Å) ([6]). Mais, étant donné la correction introduite du fait de l'hydrolyse, l'écart est trop faible pour que l'on puisse conclure à une influence de l'anion associé.

SPECTROSCOPIE. — *Sur les spectres métalliques obtenus en utilisant les explosifs brisants.* Note ([1]) de MM. **Albert Michel-Lévy** et **Henri Muraour**.

Dans cette nouvelle série d'expériences nous avons utilisé le dispositif antérieurement décrit ([2]), mais en substituant au bloc métallique plein formant la partie supérieure du cylindre de cellophane un bloc métallique, évidé intérieurement en forme de cône à 45°, la pointe du cône étant prolongée par un tube de 20mm de longueur sur 8mm de diamètre, distance entre les deux blocs 80mm (des essais ont été exécutés avec une distance moindre). Nous reproduisons la photographie obtenue en faisant détoner dans cet appareil rempli d'argon $0^{cm^3},4$ d'un mélange à combustion complète de tétranitrométhane et de toluène. La fente du spectrographe Hilger moyen a été braquée sur la condensation lumineuse qui se produit à la sortie du tube métallique. La durée de cette luminosité enregistrée sur tambour tournant est d'environ 1/50 000e de seconde, son intensité est très grande car les spectres s'obtiennent avec une seule détonation ([3]).

([5]) La différence de potentiel entre l'amalgame de cadmium utilisé et une baguette de cadmium électrolytique, ces deux électrodes plongeant dans une même solution d'un sel de cadmium, est égale à 0,0505 volt à 25°. Ce qui conduit pour le potentiel normal Cd/Cd^{++} à la valeur 0,3941 volt.

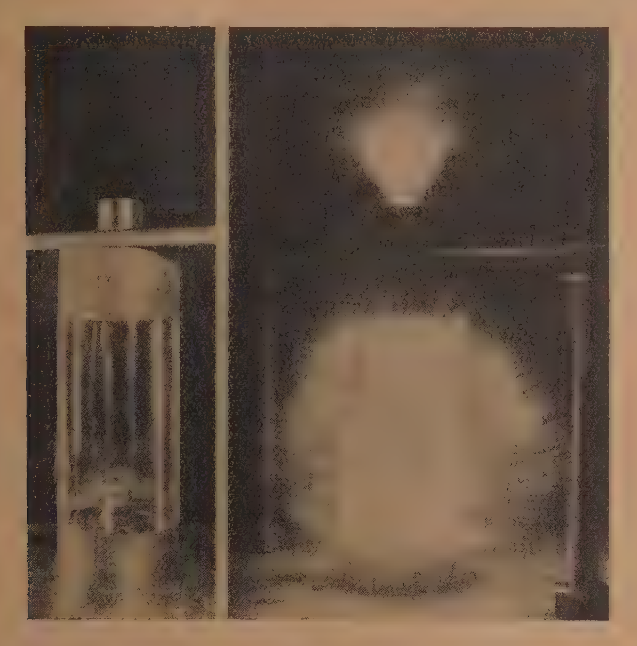
([6]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 123, et *J. Chim. phys.*, **33**, 1936, p. 433.

([1]) Séance du 16 mai 1938.

([2]) *Journal de Physique*, 7e série, **6**, 1935, p. 496, pl. III, fig. 2.

([3]) En accord avec ce que nous avons antérieurement signalé, cette luminosité est beaucoup plus faible dans l'hélium et encore plus faible dans l'hydrogène et dans l'acide carbonique.

Contrairement à ce qu'on aurait pu supposer, *les spectres obtenus ne sont pas des spectres de flamme, mais des spectres d'arc* avec parfois, faiblement visibles sur les négatifs, quelques raies d'étincelle. *Ces spectres sont caractérisés par la présence, sur un fond continu plus ou moins intense, de nombreuses*



Photographie de l'appareil avant la détonation. Photographie de la détonation dans l'obscurité.

raies d'absorption (raies du métal non ionisé, sauf pour Ca^{II}). L'absorption n'existe souvent que sur une partie de la hauteur totale et seulement au centre des raies, qui sont élargies à leur base. Ces phénomènes ont évidemment pour origine l'existence de fortes différences de pressions.

Voici, exprimées en Å et en supprimant les décimales, les longueurs d'onde des raies les plus intenses.

Cône en aluminium. — En absorption, 2263-2269; 2367-2373; 2568-2575; 2652-2660; 3082-3093; 3961-3944 (se confondant avec 3968 et 3934 Ca^{II}). En émission, les raies de Al^{II} 2597-2631 et 2816 apparaissent parfois faiblement sur les négatifs.

Cône en cuivre. — En absorption, 2263-2294; 2618; 3247-3274. En émission, 2370-2599 (Cu^{II}); 2769-2824; 2883-2961, il existe en outre une série de raies faibles en émission entre 2997 et 3140.

Cône en plomb. — En absorption, 2204; 2394; 2402; 2412; 2444; 2446; 2476; 2577; 2614; 2628; 2663; 2697; 2802; 2821; 2833; 2873; 3639; 3683; 4057.

En émission 2697 Pb^{I} (3016 Pb^{II} et 3280 Pb^{II} faibles et douteuses) 3573 et 3739 diffuses. Ces deux dernières raies apparaissent en absorption si le cône est disposé à 25mm de hauteur.

Cône en marbre. — En absorption 2398 Ca^{I}; 2852 Mg^{I} (plus faible que les raies de Mg^{II} et en absorption sur une partie de la hauteur seulement. 3159 et 3179 (ces deux raies n'apparaissent en absorption que si le cône est placé à 25 mm de hauteur) 3624 et 3645 Ca^{I}, 3934 et 3968 Ca^{II}; 4226 Ca^{I} (raie élargie à la base) 4289 Ca^{I} 4425-4435 4455 (raie d'émission unique, large, deux raies d'absorption sur une partie de la hauteur).

En émission 2780 et 2778 (Mg^{I}) raies floues avec une partie centrale fine et nette. 2795 et 2802 Mg^{II}, 3000 et 3006 Ca_{I}, 3159 et 3179 Ca^{II} (en émission seulement si le cône est placé à 70 mm de hauteur, dans ce cas la partie centrale de 3179 est renversée sur une partie de la hauteur) 3706 et 3736 Ca^{II} (raies d'émission très fortes).

Cône de fer. — On obtient en émission un spectre du fer qui se prolonge jusqu'à 2300 Å. En faisant barboter l'argon dans le fer carbonyle chauffé à 40°, à peu près toutes les raies du fer apparaissent en absorption. Dans ce cas le spectre disparaît rapidement au-dessous de 2700 Å par suite de l'absorption par la vapeur de fer carbonyle.

Conclusions. — L'étude spectrale des luminosités qui accompagnent la détonation *dans l'argon* des explosifs brisants nous a jusqu'ici permis d'obtenir, *par une méthode purement thermique et sans intervention d'un champ électrique extérieur*, des spectres qui appartiennent à 4 types différents :

1° Spectre continu intense (4).

2° Spectre de raies d'émission avec raies d'étincelle (5).

3° En disposant une mince feuille d'aluminium à 1 mm au-dessus de l'explosif : spectre continu avec raies d'absorption et d'émission (6).

4° En opérant comme il est décrit dans cette Note : spectre du type spectre d'arc avec nombreuses raies en absorption.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres d'absorption infrarouges de dérivés trisubstitués du benzène. Symétrie du benzène.* Note de M. **Jean Lecomte**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'étude des spectres d'absorption (1), entre 500 et 1350 cm^{-1} environ, de dérivés mono- et disubstitués du benzène nous a conduit à adopter une

(4) Voir *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 828.

(5) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 949; **203**, 1936, p. 316.

(6) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 1054.

(1) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1186; *Journ. de Phys.*, **8**, 1937, p. 489-497 et **9**, 1938, p. 13-26.

symétrie sénaire pour la molécule de benzène. Ces conclusions se trouvent confirmées par l'examen, dans la même région spectrale, de plus de 70 dérivés trisubstitués (principalement des dérivés halogénés et nitrés) que nous devons, pour la plus grande part, à l'amabilité de M. Wibaut.

Dans l'hypothèse précédente, les dérivés $C^6H^3-X^3(1-3-5)$ possèdent une symétrie D_{3h}. Les dégénérescences ramènent alors à 20 le nombre des modes de vibration distincts de la molécule, dont seulement la moitié peut donner naissance à des bandes d'absorption infrarouges. Au contraire, ainsi qu'on le sait, pour les dérivés trisubstitués voisins (1-2-3) ou dissymétriques (1-2-4), on prévoit l'existence repectivement de 27 et de 30 maxima infrarouges distincts. Le seul aspect des courbes d'absorption indique l'exactitude de ces prévisions, les dérivés symétriques 1-3-5 présentant un spectre beaucoup plus simple que leurs isomères 1-2-3 ou 1-3-4.

Les spectres Raman de la plupart des composés que nous avons examinés ne sont malheureusement pas connus. Dans les cas où nous avons pu procéder à des comparaisons, nous avons trouvé, conformément à la théorie, une correspondance avec les spectres infrarouges dans le cas des substitutions 1-2-3 et 1-3-4, et une alternance avec la substitution 1-3-5.

Voici maintenant la position, en cm^{-1}, des principales régions d'absorption :

Dérivés 1-3-5. — 645 à 689 (F), 713-837 (F), 847-940 (F?), 1065-1155 (aF ou F). On remarque qu'en passant à des dérivés dans lesquels les trois substituants ne sont pas les mêmes, le nombre des bandes d'absorption augmente, parce que, la molécule ne possédant plus la symétrie D_{3h}, certains modes de vibration deviennent actifs dans l'infrarouge.

Dérivés 1-2-3. — 575 à 585 (aF), 650 (F), 690-739 (F), 720 à 759 (F), 730 à 825 (F), 790 à 825 (aF et F), 875 à 910 (m), 960 à 1075 (m et f), 1050 à 1170 (f). La première suite manque souvent avec les substituants lourds, et la deuxième avec les substituants légers. Les trois dernières suites apparaissent comme beaucoup moins bien marquées que les autres. Dans les cas où deux des substituants ou bien les trois substituants sont différents, il peut exister respectivement deux ou trois isomères. Nous avons constaté que, si les spectres infrarouges apparaissaient comme assez voisins, ils pouvaient néanmoins servir à leur identification.

Dérivés 1-3-4 (*ou* 1-2-4). — C'est pour cette position des substituants que nous avons eu le plus d'exemples à notre disposition, et c'est aussi le cas où, à cause du nombre élevé des isomères possibles, le classement des bandes apparaît comme le plus difficile. Pour y arriver, nous avons choisi des dérivés de la forme $C^6H^3X^2Y$, en laissant l'un des substituants X fixe

et en faisant varier l'autre Y. De cette manière, on peut observer les déplacements des bandes d'absorption. Seulement, comme l'on peut prévoir trois isomères X(1-3)Y(4), X(1-4)Y(3), X(1-2)Y(4), il est souvent malaisé de se procurer un nombre suffisant de termes de comparaison. Cette difficulté se fait encore plus sentir quand on veut classer les bandes des dérivés où les trois substituants sont différents, car il existe alors six isomères.

Voici les différentes suites (en cm^{-1}) que donne cette analyse dans un cas particulier (Y représentant un substituant variable) :

Cl(1-4)Y(2). — 529-560 (F), 562-615 (F), 649-704 (F), 766-845 (aF), 865-879 (F), 1000-1050 (F), 1090-1098 (F), 1128-1300 (f douteux);

Cl(1-3)Y(4). — 500-550 (F), 545-645 (F), 670-722 (m), 794-851 (F), 856-865 (F), 998-1035 (F), 1090-1115 (aF), 1104-1300 (m);

Cl(1-2)Y(4). — 524-570 (F), 544-650 (F), 678-693 (f?), 770-815 (F), 865-890 (F), 1060-1024 (F), 1080-1115 (F), 1120-1237 (f douteux).

La distinction des isomères de position est possible au moyen des spectres d'absorption infrarouges et s'effectue le plus aisément dans la région située entre 500 et 700 cm^{-1}. Dans cette zone, en effet, on observe les plus grands déplacements des bandes (parfois 30 à 40 cm^{-1}) en passant d'un isomère à un autre.

Modes de vibration. — Il nous paraît prématuré de procéder à des identifications des fréquences observées avec des modes de vibration déterminés des molécules, et nous nous contenterons de certaines indications générales. Comme pour les dérivés mono- et disubstitués, les vibrations gauches semblent jouer un rôle important dans les spectres infrarouges. (Alors que les raies Raman correspondantes, quand elles sont permises, restent souvent trop faibles pour pouvoir être mesurées.) Dans cette identification, il est commode de se reporter aux spectres des dérivés mono- et disubstitués. Ainsi on comparera les spectres des composés Cl(1-2)Y(4), Cl(1-3)Y(4) et Cl(1-4)Y(2) respectivement à ceux des dichlorobenzènes *o*, *m* et *p* : on constate alors généralement des déplacements des différentes suites vers de plus basses fréquences, quand on passe des dérivés disubstitués aux dérivés trisubstitués. Ces changements sont particulièrement importants avec le mode de vibration symétrique dit *pulsation*.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les spectres d'absorption ultraviolets et les constantes de dissociation des ène-diol-α-cétoniques, Réductone : acides réductinique, l-ascorbique et d-gluco-ascorbique.* Note de M. **Georges Carpéni**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai indiqué précédemment (¹) la courbe $\lambda_M = f(\text{pH})$ que l'on obtient, dans le cas de l'acide *d*-gluco-ascorbique, lorsque l'on examine les déplacements des maxima, λ_M, des bandes d'absorption ultraviolettes en fonction du pH. Par des recoupements avec les résultats obtenus par électrométrie, exposés dans la même Note, cette courbe met en évidence avec netteté : 1° que le cycle lactonique des acides ascorbiques est relativement stable même aux pH très alcalins (pH ∼ 14); 2° que la seconde acidité, extrêmement faible ($pK_2 \sim 12 - 13$), prévue pour le groupement ène-diol-α-cétonique $\rangle$C(OH) = C(OH)—CO—, peut facilement être décelée et même mesurée, à l'aide de la méthode spectrographique dans l'ultraviolet.

Mais, en dehors de l'acide *d*-gluco-ascorbique, j'ai été amené à m'occuper de plusieurs autres corps contenant le groupe ène-diol-α-cétonique et en particulier de la réductone et des acides réductinique, *l*-ascorbique, *d*-arabo-ascorbique et gluco-hepto-ascorbique. Malgré les nombreuses recherches spectrales effectuées dans l'ultraviolet sur l'acide *l*-ascorbique (²), tout à fait analogue à l'acide *d*-gluco-ascorbique, une étude systématique n'a pas encore été entreprise en milieu très alcalin, par suite des craintes que l'on avait probablement sur l'instabilité de l'acide dans ce milieu. Les conclusions, précédemment signalées, montrent que ces craintes sont injustifiées.

Étant donné la présence du groupe ène-diol-α-cétonique dans tous les corps qui viennent d'être cités, il était à prévoir qu'une seconde dissociation devait apparaître à pH élevé (12 à 14), d'une façon analogue à celle de l'acide *d*-gluco-ascorbique. C'est ce que l'expérience confirme.

Les résultats se rapportant à l'acide gluco-hepto-ascorbique ayant déjà été publiés (³), la Note présente se limite à ceux qui concernent la réductone

---

(¹) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 273.

(²) Cf. Bowden et Snow, *Nature*, 129, 1932, p. 720; Herbert, Hirst, Percival Reynolds et Smith, *J. Chem. Soc.*, 1933, p. 1270; Skarzinski, *Bull. Acad. polon. Sciences et Lettres*, 1937, p. 462; et tout dernièrement Mohler et Lohr, *Helv.*, 21, 1938, p. 485.

(³) G. Carpéni, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1376.

et les acides réductinique, *l*-ascorbique et *d*-gluco-ascorbique. Le tableau suivant contient, pour les différents domaines du pH, les valeurs : 1° des maxima λ_M des bandes d'absorption U. V.; 2° des coefficients ε_M d'absorption moléculaire correspondant à λ_M. La technique employée pour leur détermination a été décrite précédemment ([1]).

Corps.	pH.	λ_M (Å).	ε_M.
Réductone ([4])	pH ≦ 4,0	2675	16 000
	6 ≦ pH ≦ 12	2910	24 500
	pH ≧ 13,4	3200	20 000
Acide réductinique ([5])	pH ≦ 3,5	2650	14 000
	6 ≦ pH ≦ 12	2790	24 500
	pH ≧ 13,5	3140	19 000
Acide *l*-ascorbique ([6])	pH ≦ 3,0	2425	10 000
	5,5 ≦ pH ≦ 11,5	2645	15 000
	pH ≧ 12,5	2980	11 000
Acide *d*-gluco-ascorbique	pH ≦ 3,0	2420	10 000
	5,5 ≦ pH ≦ 11,5	2650	16 000
	pH ≧ 12,5	2990	11 500

Les trois lignes relatives à chaque corps se rapportent respectivement à la molécule non dissociée, à l'ion négatif monovalent et à l'ion négatif divalent.

Si les secondes constantes de dissociation k_2, très faibles, des acides ascorbiques ont pu être déterminées par électrométrie ([7]), celles de la réductone et de l'acide réductinique ne sont pas encore connues. Les courbes $\lambda_M = f(\text{pH})$ qui découlent des valeurs λ_M du tableau conduisent sinon à une détermination précise de pK_2, du moins à un ordre de grandeur très convenable. On trouve ainsi 1° pour la réductone, $pK_2 \sim 12,8$; 2° pour l'acide réductinique, $pK_2 \sim 12,9$.

La profonde analogie entre les deux acidités des ène-diol-α-cétoniques et surtout entre celles des acides ascorbiques d'une part, et celles de la

([4]) v. Euler et Martius, *Ann. Chem.*, **505**, 1933, p. 73, indiquent : λ^0_M 2680, λ'_M 2870 Å.

([5]) Mme N. Mayer, *J. Chim. Phys.*, **34**, 1937, p. 109, indique : λ^0_M 2640, ε^0_M 14000; λ'_M 2800, ε'_M 20000.

([6]) Les valeurs des différents auteurs [cf. ([2])] concordent en général assez bien avec les miennes, sauf celles de Skarzinski (*loc. cit.*) concernant ε_M, qui semblent trop élevées et n'ont pas été d'ailleurs confirmées par d'autres (cf. Mohler et Lohr, *loc. cit.*).

([7]) Cf. G. Carpéni, *loc. cit.* ([1])-([3]) et *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 75.

réductone et de l'acide réductinique de l'autre, confirme une fois de plus la structure lactonique, non carboxylique des acides ascorbiques. En effet, s'il n'en était pas ainsi, c'est-à-dire si les acides ascorbiques étaient de nature carboxylique, les acidités de la réductone et de l'acide réductinique, corps non lactoniques, donc non susceptibles de présenter un groupement carboxylique, devraient être entièrement différentes de celles des acides ascorbiques, ce qui n'est pas le cas.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la déshydratation du sulfate de cobalt à 7 mol-g d'eau. Hydrates intermédiaires.* Note de M. **Raymond Rohmer**, transmise par M. Georges Urbain.

Nous avons appliqué la méthode des *restes* et celle des *ensembles* pour 5 températures (78°, 70°, 40°, 25° et 0°) au système ternaire $H^2O—SO^4H^2—SO^4Co$ et confirmé l'existence des hydrates inférieurs du sulfate de cobalt, $SO^4Co, 4H^2O$, —$SO^4Co, 2H^2O$ et $SO^4Co, 1H^2O$, déjà identifiés par analyse directe dans une étude sur le système $H^2O—SO^4Co$ (1).

Suivant la température, un, deux ou trois hydrates sont stables en présence de solutions : monohydrate, au-dessus de 64°,2, monohydrate et hexahydrate entre 64°,2 et 43°,3, monohydrate, hexahydrate et heptahydrate au-dessous de 43°,3. Le tétrahydrate et le bihydrate sont toujours labiles.

Il est possible de passer, à toute température, de l'heptahydrate au monohydrate par action d'une solution aqueuse d'acide sulfurique de concentration convenable. Cette déshydratation se fait par étapes; elle conduit successivement aux hydrates à 6, 4 et 2 mol-g d'eau, qui en sont les intermédiaires, mais ces hydrates ne peuvent pas être toujours caractérisés en raison de la rapidité des transformations. Les conditions les plus favorables pour isoler ces hydrates intermédiaires se déduisent des diagrammes d'équilibres et de nos observations :

1° La concentration en acide sulfurique ne peut pas être inférieure à la concentration de la solution en équilibre avec les deux hydrates $SO^4Co, 6H^2O$ et $SO^4Co, 1H^2O$, qui diminue à mesure que la température augmente.

(1) R. Rohmer, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 641.

2° Pour une concentration donnée d'acide sulfurique, le passage de l'heptahydrate au monohydrate est d'autant plus rapide que la température est plus élevée. D'autre part, à la même température, le monohydrate

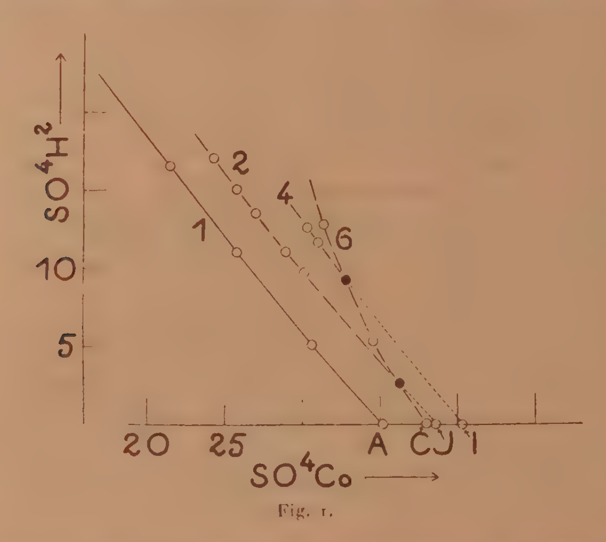


Fig. 1.

apparaît d'autant plus vite que la solution initiale est prise plus riche en acide sulfurique.

L'augmentation de la concentration en acide sulfurique ayant un effet

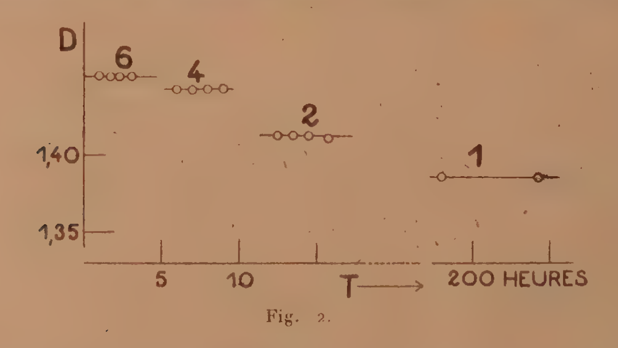


Fig. 2.

notablement plus grand que l'élévation de température, on saisira plus facilement les hydrates intermédiaires en opérant à température élevée, ce qui permet d'utiliser de faibles concentrations en acide et, par suite, de ralentir les transformations.

A titre d'exemple (température 70°) la figure 1 rassemble les branches

de solubilité et la figure 2 traduit la variation de densité, marquant l'évolution, avec passage par les hydrates intermédiaires, d'une solution initialement en équilibre avec l'hexahydrate.

A toute température, le monohydrate, dont la solubilité diminue toujours jusqu'à s'annuler quand la concentration en acide sulfurique croît, peut donner le sel anhydre en présence d'une solution d'acide sulfurique dans l'eau de concentration suffisante. Cette concentration limite décroît quand la température augmente. Elle est de 91^g,3 pour 100 à 0° et s'abaisse à 78^g,2 pour 100 à 78°. La déshydratation progressive du sulfate de colbat à 7 mol-g d'eau ainsi réalisée par voie humide permet de caractériser les hydrates inférieurs à 4, 2 et 1 mol-g d'eau. A notre connaissance, les essais effectués par voie sèche par divers auteurs pour caractériser la formation d'hydrates inférieurs n'ont pas donné de résultats aussi complets.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'aptitude réactionnelle du chlorure de nitrosyle.* Note de M. **Roger Perrot**, transmise par M. Georges Urbain.

J'ai montré [1] que le chlorure de nitrosyle engendre des combinaisons isonitrosées avec les arylacétonitriles. J'ai indiqué à cette occasion que les rendements en oximes diminuent quand la température s'élève, par suite de réactions d'oxydation et de chloruration. Toutefois, je n'ai pu mettre en évidence des composés chlorés bien définis. La formation de tels dérivés, à côté des oximes, s'observe par contre facilement avec la désoxybenzoïne.

Selon les conditions opératoires, le chlorure de nitrosyle réalise principalement soit la chloruration, soit la nitrosation de cette cétone.

La chloruration s'effectue de préférence à température élevée; lente à température ordinaire, elle est rapide à 80°. La formation d'oxime est plus délicate à réaliser; elle se produit généralement à l'abri de la lumière, à température ordinaire. Au cours de ces réactions simultanées, il apparaît de l'acide chlorhydrique, de l'oxyde azotique et de l'azote. La chloruration est caractérisée surtout par un abondant dégagement d'oxyde azotique, tandis que la formation d'oxime s'effectue avec élimination d'acide chlorhydrique.

---

(1) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 585.

Les valeurs numériques mentionnées dans le tableau suivant font bien ressortir ces particularités,

NOCl.	Désoxy-benzoïne.	t°.	HCl dosé.	NO dosé.	N^2 dosé.	Produit dominant.
g	g		cm³	cm³	cm³	
0,92	2,1	80	39,5	96,5	69,5	$C^6H^5.CO.CHCl.C^6H^5$
0,97	2,2	20	78,8	18,2	46,5	$C^6H^5.CO.C(NOH)C^6H^5$ (²)

La méthode d'élaboration des oximes au moyen du chlorure de nitrosyle se montre féconde aussi dans le cas de certaines diamides ou amides-nitriles aliphatiques.

Ainsi la malonamide (³) et la cyanacétamide forment facilement des dérivés isonitrosés, alors que la phénylacétamide engendre du chlorure de phénylacétyle. Cette réactivité des groupes amides signalée par Tilden et Forster (³) m'avait incité à examiner le comportement du groupe CN de certains nitriles. J'ai montré qu'à haute température les nitriles aromatiques dont la fonction CN est fixée sur le noyau benzénique, sont oxydés par le chlorure de nitrosyle à l'état de chlorures d'acides. J'ai étudié du même point de vue quelques nitriles aliphatiques.

L'acétonitrile engendre vers 200° de petites quantités de chlorure d'acétyle. Son dérivé dichloré a un comportement analogue, mais est transformé simultanément en trichloracétonitrile. Celui-ci ne réagit qu'au-dessus de 220°, température à laquelle il se décompose déjà en hexachloréthane et en cyanogène dont on observe en fin de compte les produits de réaction.

Le cyanogène vers 200° engendre du chlorure de cyanogène, mais est partiellement oxydé à l'état de gaz carbonique.

L'acide cyanhydrique par contre, produit uniquement du chlorure de cyanogène qui est partiellement polymérisé à cette température

$$HCN + 2NOCl \rightarrow 2NO + HCl + CNCl.$$

L'oxydation à l'état de chlorure d'acide carboxylique, qui serait, dans ce cas, génératrice d'oxyde de carbone, ne se produit pas. D'ailleurs, l'oxyde de carbone ne réagit pas à 200° avec le chlorure de nitrosyle. Il subit à 350° une chloruration totale à l'état de phosgène par une réaction réversible à température plus élevée. En chauffant, en effet, au-dessus de 400° un mélange de phosgène et d'oxyde azotique, on ne tarde pas à voir se former du chlorure de nitrosyle.

L'allure réactionnelle particulière des nitriles à haute température m'a

(²) Le benzylemonoxime est caractérisé par son dérivé paranitrobenzoylé fusible à 186°.

(³) W. Tilden et M. Forster, *J. Chem. Soc. London*, **67**, 1895, p. 489.

incité à examiner du même point de vue les hydrocarbures acétyléniques caractérisés comme eux, par une liaison triple, et dont les analogies chimiques sont fréquentes. Certains de ces carbures sont en effet oxydés dans les mêmes conditions que les nitriles à l'état de chlorures d'acides.

L'exemple du tolane est particulièrement net. Ce carbure, qui engendre à température ordinaire sous l'action du chlorure de nitrosyle, des produits azotés et chlorés, est transformé entre 150° et 200° en chorure de benzoyle

$$C^6H^5 - C \equiv C - C^6H^5 + 2\,NOCl \rightarrow N^2 + 2\,C^6H^5COCl.$$

Cette réaction est analogue à celle qui a lieu avec le benzonitrile. Dans les deux cas il se produit en outre une chloruration ainsi que le témoigne la grande quantité d'oxyde azotique et d'acide chlorhydrique qui prennent naissance dans ces transformations.

PÉDOLOGIE. — *Sur la présence et la constitution de concrétions ferrugineuses dans un sol Méditerranéen.* Note [1] de MM. **P. Boischot** et **G. Drouineau.**

Nous avons eu l'occasion d'observer dans un sol de la partie sud-est de la forêt de Valbonne (Alpes-Maritimes) des concrétions noires, grossièrement sphériques, d'un diamètre compris entre $0^{mm},3$ et 4^{mm}, réparties dans tout le profil et donnant l'impression que le sol avait reçu une multitude de décharges de petits plombs de chasse.

Étude pédologique. — Le profil de ce sol comprend essentiellement deux horizons :

1° L'horizon superficiel A_1, de 0^{cm} à 20^{cm} de profondeur.

2° L'horizon inférieur A_2, allant de 20^{cm} à 40^{cm}.

Ce sol de forêt est formé sur bathonien inférieur (calcaire de la Bouillide) qui constitue la roche mère.

Les deux horizons sont *brun rouge moyen*, mais A_1 est légèrement plus foncé que A_2 par suite de la présence d'une plus grande quantité de matières organiques.

Ce sol contient dans tout le profil des traces de calcaire (0,2 à 0,3 pour 100) et son pH est supérieur à 7,0 (A_1 : pH = 7,5 — A_2 : pH = 7,7), cependant, l'analyse fait apparaître une migration de haut en bas, très faible en ce qui concerne les éléments fins (Argile pour 100 : A_1 : 18,7 — A_2 : 21,0)

(1) Séance du 19 mai 1937.

mais nettement marquée pour l'oxyde de fer (Fe^2O^3 pour 100 — A_1 : 0,6, A_2 : 1,0).

Nous avons effectué l'analyse de la fraction argileuse (éléments inférieurs à 2 μ) extraite par la méthode habituelle de sédimentation après peptisation au carbonate de soude. Le rapport moléculaire SiO^2/R^2O^3 de l'argile ainsi extraite des deux horizons est voisin de 2 (2,2 pour A_1, 2,00 pour A_2).

On peut donc considérer ce sol comme un sous-type particulier des *sols bruns calcaires*.

Étude des concrétions. — Les concrétions ferrugineuses sont plus nombreuses dans l'horizon A_2 (2,8 pour 100 de la terre sèche) que dans l'horizon A_1 (0,8 pour 100). Elles présentent des couches concentriques et un noyau plus ou moins marqué, de diamètre variable, généralement plus résistant que la partie périphérique. L'analyse chimique a été faite sur les concrétions lavées et séchées à 105°. La perte au feu est très élevée (16 pour 100). L'attaque par l'eau régale à chaud pendant 10 heures dissout la presque totalité des sesquioxydes. Dans le résidu calciné porphyrisé et traité par fusion alcaline, on trouve la totalité de la silice et un reste de titane et de sesquioxydes.

La composition des concrétions et de l'argile provenant d'un même horizon A^2 est indiqué dans le tableau suivant :

	SiO^2.	TiO^2.	Al^2O^3.	Fe^2O^3.	MnO^2.
Concrétions	30,20	0,80	17,60	33,90	3,30
Argile	44,00	0,98	31,10	8,80	0,22

La comparaison de ces résultats montre que les concrétions sont beaucoup plus riches en fer et en manganèse que l'argile, alors que dans cette dernière, la silice, l'alumine et le titane se trouvent en plus grande quantité. On ne trouve, d'autre part, dans les concrétions que des traces d'acide phosphorique et de chaux.

On peut admettre qu'il se produit dans ce sol une précipitation des oxydes libres autour d'un noyau indifférent ou d'une concrétion formée antérieurement et que c'est là l'origine des *balles* que nous rencontrons en si grande quantité. En effet, après cette précipitation, la déshydratation des oxydes pendant la saison sèche rend leur dissolution difficile et les grains grossissent ainsi par couches concentriques.

Des formations analogues ont déjà été rencontrées dans des sols nettement podzolisés de l'État de Washington [2] et dans des argiles latéritiques

---

([2]) L. C. Wheeting, *Shot Soils of Western Washington*, *Soil Sc.*, 83, 1936, p. 87.

de Cuba ([3]). Elles ont une composition différente des concrétions que nous avons décrites. Les pisolithes d'une Bauxite rouge du Cannet (Var) qui sont d'aspect analogue aux *balles* du sol de Valbonne ne leur sont pas comparables comme composition. Ces pisolithes sont, en effet, plus riches en fer et en alumine et ne renferment que peu de silice.

GÉOLOGIE. — *Les phénomènes d'intrusion et de métamorphisme dans le Précambrien de Kerdous (Maroc).* Note ([1]) de MM. **Georges Choubert** et **Louis Neltner**, présentée par M. Charles Jacob.

Nous avons souligné ([2]) l'existence dans la tache de Kerdous de deux zones sédimentaires principales, la zone néritique du Lkst au Nord et la zone géosynclinale du Tazeroualt au Sud. Dans la première, le métamorphisme est nul et les injections se réduisent à des roches vertes; dans la seconde, au contraire, le métamorphisme peut prendre une grande importance et divers granites viennent injecter les schistes.

a. Les roches vertes. — Ces roches, en filons ou en petits massifs intrusifs, sont très répandues dans toute la tache de Kerdous, aussi bien dans les zones quartziteuses qu'au milieu des schistes. Dans ces derniers, elles forment des filons ou pointements épars, toujours faciles à reconnaître à leur altération ferrugineuse; dans la bande Ighir Moussi-Irchene toutefois, elles injectent fréquemment le contact, généralement broyé, des schistes et des principaux bancs de quartzites. Dans la zone proprement quartziteuse (Jebel Lkst-Adrar Imzi), elles semblent s'être largement répandues sous les quartzites et apparaissent régulièrement au mur de ceux-ci à la faveur d'anticlinaux ou de contacts anormaux. On les voit aussi dans de profondes coupures d'oueds.

La plupart de ces roches, d'une composition pétrographique semblable (dolérites et gabbros), nous paraissent former une seule venue ayant accompagné ou suivi de très près les mouvements algonkiens; en fait, elles ne sont écrasées que là où les mouvements plus récents ont été importants (Adaf, axe de Tifermit). Certaines roches vertes pourtant (Sud du Tazeroualt-Ighir Moussi) semblent plus anciennes. Ces roches vertes anciennes

([3]) H. H. Bennett et R. V. Allison, *The Soils of Cuba*, Washington, 1928, p. 79.

([1]) Séance du 16 mai 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1393.

sont encore imparfaitement connues; elles présentent fréquemment des différenciations leucocrates et mélanocrates (diorites passant même à des anorthosites ou pyroxénolites).

b. Les granites. — Inconnus dans la zone des quartzites, ils prennent une grande importance dans les zones schisteuses; nous pensons pouvoir distinguer deux venues successives encadrant la mise en place de la masse principale des roches vertes.

Les granites récents, postérieurs à ces roches qu'ils peuvent digérer et métamorphiser, ne présentent que de faibles écrasements locaux; ils sont donc postérieurs aux mouvements algonkiens principaux. Très développés autour du Tafraout, ils forment dans le Tazeroualt divers massifs importants (Imjgagene, Est de la Zaouia Sidi Ahmed ou Moussa, basse vallée des Ida ou Cougmar).

Les granites anciens, traversés par de nombreux dykes doléritiques, semblent se placer entre les deux venues de roches vertes; partiellement broyés, ils paraissent avoir subi les mouvements algonkiens principaux. Très développés dans la partie sud du Tazeroualt, ils forment la bordure sud de la plaine de Tiout et occupent le plateau de la khela Tasrhirt, presque entièrement constitué de granites et de gneiss chloriteux où les écrasements sont fréquemment visibles.

Ces deux séries de granites injectent et métamorphisent les schistes algonkiens. Les actions de contact, magnifiques à voir en bordure des granites récents (gneiss d'injection de la haute vallée des Ammeln, schistes à andalousite en auréole du granite de Tafraout et surtout en bordure du massif de Sidi Ahmed ou Moussa dans le Tazeroualt, avec cristaux d'andalousite de plusieurs centimètres, etc.), sont parfois moins apparents au contact des granites anciens, au point qu'une partie de ceux-ci nous avait paru au premier abord être archéens.

Les phénomènes de contact en effet, bien visibles dans le Tazeroualt, le Tiout et le Tasrhirt, où ils prennent une extension notable, sont plus réduits en général dans les bandes intermédiaires où le métamorphisme régional est lui aussi à peu près inexistant, bandes par ailleurs souvent tectonisées. La zone à andalousite ne dépasse guère quelques dizaines de mètres et d'ailleurs elle est bien souvent masquée par des phénomènes de broyage au contact des granites. Par place toutefois, l'aspect observé est concluant. Tel est le cas par exemple le long de la piste de Tafraout au Nord d'Annamer (pays des Irchene), où les granites plus ou moins écrasés et traversés de roches vertes recoupent les schistes fortement micacés et

montrent au voisinage immédiat du contact de gros cristaux d'andalousite disséminés dans la masse. A mesure que l'on s'éloigne du contact, les schistes deviennent de moins en moins micacés et passent aux schistes séricíteux, puis aux schistes algonkiens normaux. Tout cet ensemble est à son tour recoupé par le granite de Trafraout au contact duquel les schistes donnent des cornes très dures.

Le même passage progressif des schistes de contact, souvent injectés de pegmatites, aux schistes algonkiens normaux est remarquable à la bordure nord de la Khela Tasrhirt, sur le sentier qui descend vers Ait Issim et l'on ne peut douter là que les granites chloriteux de la Tasrhirt ne soient intrusifs à la base de la série algonkienne schisteuse.

GÉOLOGIE. — *Découverte de calcaires à entroques et de roches éruptives basiques dans les schistes métamorphiques de Génis (Dordogne).* Note de M. **Maurice Roques**, présentée par M. Charles Jacob.

La bordure sud-ouest du massif des gneiss du Limousin est constituée, entre Thiviers et Juillac, par des schistes métamorphiques subverticaux, orientés SE-NO. En l'absence de fossiles, G. Mouret [1] y a distingué une série *d'étages*, d'après la nature pétrographique des formations. J'ai montré depuis avec J. Jung [2], que ces terrains pouvaient se grouper en une série métamorphique continue, allant depuis des gneiss à la base, jusqu'à des termes très peu recristallisés au sommet.

Les schistes de Génis forment la bande la plus externe de cette bordure. Ce sont des schistes lustrés, généralement verts et très phylliteux, qui seraient dans l'ensemble assez monotones s'ils ne renfermaient des couches interstratifiées de roches remarquables. On peut les observer particulièrement bien dans la vallée de l'Auvézère qui les recoupe transversalement.

Au Nord, les porphyroïdes de Génis affleurent en un massif allongé dans le sens de la schistosité générale, long de 20^{km}, et dont l'épaisseur maximum dépasse 1500^{m}. Ces porphyroïdes ont été étudiés par J. de Lapparent [3], qui les a considérés comme des roches porphyriques acides légèrement *dynamométamorphisées*.

---

(1) *Bull. Serv. Carte Géol. France*, 7, n° 44, 1895-96, p. 57.

(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 764.

(3) *Bull. Soc. Française Minér.*, 32, 1909, p. 195.

Au Sud, G. Mouret a distingué, sur la feuille de Tulle de la Carte géologique de France au 1/80000e, l'ensemble des *quartzites* de Génis renfermant des filons de diabases, recoupé par l'Auvézère sur une épaisseur de 1500m. Il s'agit en réalité de roches compactes, d'un vert vif caractéristique, et dont la schistosité est nette. Le microscope montre que ce sont des schistes à chlorite et épidote, et à produits ferro-titanés abondants. Les *diabases* que l'on trouve dans cette formation sont des dolérites à structure intersertale typique, dans lesquelles les pyroxènes sont le plus souvent ouralitisés, et les feldspaths saussuritisés. Il existe d'ailleurs toute une série de roches intermédiaires entre les schistes à épidote et les dolérites. L'ensemble des *quartzites et diabases* de Génis représente donc un grand massif de roches éruptives basiques, métamorphisées de la même manière que les roches acides ayant donné les porphyroïdes.

Enfin j'ai découvert, entre les porphyroïdes et les schistes à épidote, sur les bords de l'Auvézère, une lentille de dolomies et de calcaires à entroques de quelques mètres d'épaisseur, interstratifiée dans les schistes de Génis. Les calcaires montrent de nombreuses sections d'articles de tiges de crinoïdes (diamètre extérieur 2mm, épaisseur 1mm) parfaitement conservés. *Ce sont là les premiers fossiles découverts dans les terrains métamorphiques du Massif Central.*

La série de Génis montre donc que l'ensemble des schistes peu métamorphiques du Limousin est moins monotone qu'on ne l'avait supposé jusqu'ici. De plus, il est possible que les roches éruptives acides ou basiques de Génis soient des roches volcaniques. On aurait donc ici un ensemble de schistes, de calcaires à entroques et de roches volcaniques anciennes que l'on peut rapprocher des séries cambriennes ou siluriennes connues dans la Montagne Noire au Sud ou dans le Massif Armoricain au Nord. L'étude stratigraphique complète de la série du Bas-Limousin permettra peut-être de la paralléliser de façon plus précise avec les formations datées de ces deux régions.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Sur les variations du magnétisme terrestre accompagnant les éruptions chromosphériques.* Note de MM. **Jean Coulomb** et **Georges Dugast**, présentée par M. Charles Maurain.

Depuis trois ans, l'attention a été appelée, en France (R. Jouaust, R. Bureau, L. Eblé) et à l'étranger (J. H. Dellinger), sur un phénomène

nouveau de l'ionosphère, correspondant à un évanouissement brusque des ondes radioélectriques courtes, dont la durée peut varier de quelques minutes à quelques heures. Ce phénomène coïncide généralement d'une part avec une éruption chromosphérique, d'autre part avec une petite perturbation du magnétisme terrestre.

Une statistique des évanouissements mondiaux est recueillie en France par R. Jouaust. Sur ces indications, les perturbations magnétiques correspondantes ont été recherchées sur les enregistrements effectués à l'Observatoire de Tamanrasset (Hoggar). Elles affectent la forme de petits crochets sur les appareils Mascart, d'inflexions caractéristiques sur les appareils La Cour à marche rapide. L'amplitude, atteinte en trois ou quatre minutes, est de l'ordre d'une dizaine de gammas sur la composante horizontale (la plus affectée).

Comme l'ont remarqué R. Jouaust, R. Bureau, L. Eblé (1), des crochets semblables se produisent également sans qu'aucun évanouissement soit signalé. Nous avons recherché sur les renseignements de Tamanrasset si ces crochets, qui se reconnaissent aisément, pouvaient être mis en relation avec les éruptions chromosphériques. En même temps, nous avons tâché de préciser ce qu'il fallait entendre par coïncidence entre crochets et éruptions.

Un tableau d'éruptions est publié par L. d'Azambuja dans le *Bulletin for Character Figures of Solar Phenomena*. La précision des lectures sur les appareils La Cour est supérieure à la minute. Pour avoir de l'autre côté une précision qu'on puisse croire de cet ordre, il faut se borner aux éruptions dont le début a été observé avec certitude. Ce renseignement est fourni depuis le 1er juillet 1935 (2). De ce jour au 2 mai 1937 inclus (3) le nombre d'éruptions utilisables s'élève à 316. Sur ce nombre, 12 correspondent à des enregistrements défectueux ou à des situations magnétiques trop agitées pour qu'une conclusion soit possible. Pour les 304 autres nous avons recherché si les enregistreurs présentaient des crochets dans l'heure centrée sur le début de l'éruption. 151 éruptions ont fourni un crochet, 4 éruptions en ont fourni deux, entre lesquels nous ne nous sommes pas senti le droit de choisir. Dans 22 cas seulement sur ces 155 la statistique

(1) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 1534 (voir aussi **205**, 1937, p. 427).

(2) Chiffres gras du *Bulletin*.

(3) Le travail a été fait à Alger. Les enregistrements ultérieurs sont encore à Tamanrasset.

de R. Jouaust indiquait un évanouissement. Les différences de temps entre le début du crochet et le début de l'éruption, exprimées en minutes, montrent une accumulation nette vers les petites valeurs :

Voici le nombre des différences groupées par intervalles de 5 minutes autour des valeurs rondes — 25, — 20, etc. (⁴) :

—30	—25	—20	—15	—10	— 5	0	5	10	15	20	25	30
1	3	6	5	17	17	35	21	21	17	10	4	2

Malgré le nombre insuffisant des cas et l'existence certaine de fausses interprétations (au moins pour les doubles attributions), cette répartition ne laisse aucun doute sur la réalité de la plupart des relations observées. L'accumulation vers les petites valeurs est en faveur de la théorie ultraviolette de l'ionosphère. Mais l'émission ultraviolette ne coïnciderait pas exactement avec le paroxysme noté pour l'émission visible : si les différences négatives peuvent s'expliquer par un retard dans l'observation du début de l'éruption, il n'en est pas de même des différences positives. Or certaines proviennent de crochets très nets.

La statistique des évanouissements a déjà montré que les diverses stations magnétiques n'enregistraient pas exactement les mêmes crochets. Il est probable que si un nombre suffisant de stations possédant des enregistreurs à marche rapide se livraient à cette recherche, il serait possible de faire correspondre un phénomène magnétique à chaque éruption observée.

Dans le même ordre d'idées, R. Bureau a montré (⁵) qu'aux évanouissements brusques sur les ondes courtes correspondaient des renforcements sur certaines ondes longues, mais que les renforcements observés sur ses enregistreurs d'atmosphériques étaient plus fréquents que les évanouissements signalés. Ces renforcements s'observent surtout pour les éruptions intenses. Au contraire, nous n'avons trouvé qu'une influence assez faible de l'intensité des éruptions sur la fréquence des crochets (⁶).

Enfin J. H. Dellinger a signalé que dans les cas d'évanouissement les effets magnétiques présentaient un maximum d'intensité au centre de

---

(⁴) Les intervalles extrêmes sont de 2 minutes et demie seulement.

(⁵) R. Bureau et J. Maire, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1275; R. Bureau, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 360.

(⁶) Fréquence respective des coïncidences pour les éruptions d'intensité estimée 1, 2, 3 : 0,50; 0,53; 0,56. L'influence est nette, mais faible.

l'hémisphère éclairé. Pour mettre cet effet en évidence, nous avons pris, par raison d'homogénéité, les 110 éruptions signalées par l'Observatoire du Mont Wilson (7). Pour chacune, nous avons calculé la longitude par rapport à Tamanrasset du point où il était midi vrai au moment de l'éruption. Voici les rapports du nombre d'éruptions avec crochet au nombre total d'éruptions dans chaque angle de 30° à partir de Tamanrasset, ou du moins dans ceux qui sont en cause (8) :

150°E à 180°	à 150°W	à 120°W	à 90°W	à 60°W	à 30°W
0,3	0,4	0,4	0,5	0,8	1

La vérification est meilleure qu'on ne pouvait l'espérer.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Le cycle solaire dans l'agitation microséismique.* Note (1) de M. **Pierre Bernard**, présentée par M. Charles Maurain.

On sait que l'origine météorologique, au moins indirecte, de l'agitation microséismique a été la conclusion de la plupart des recherches (2), sans qu'il soit possible toutefois d'en préciser le mécanisme exact. Il a paru intéressant de rechercher si une influence de l'activité solaire sur la météorologie terrestre ne pouvait pas être mise en évidence par l'étude de l'agitation. On a donc recherché si la variation undécennale se retrouvait dans l'agitation microséismique, ce qui nécessite une longue série homogène et sans lacunes de relevés de l'agitation. La plus longue qui existe actuellement est celle qui est publiée chaque mois depuis 1910 par l'observatoire du Parc-Saint-Maur.

Pour ne pas couper en deux les périodes d'activité de l'agitation (qui sont en hiver) les moyennes annuelles ont été calculées de juillet à juin. Elles sont les suivantes :

---

(7) Une éruption correspondant à un orage magnétique a été exclue.

(8) Longitude du Mont Wilson par rapport à Tamanrasset : 123°34′W.

(1) Séance du 16 mai 1938.

(2) Ch. Maurain et L. Eblé, *La Météorologie*, 1, 1925, p. 193.

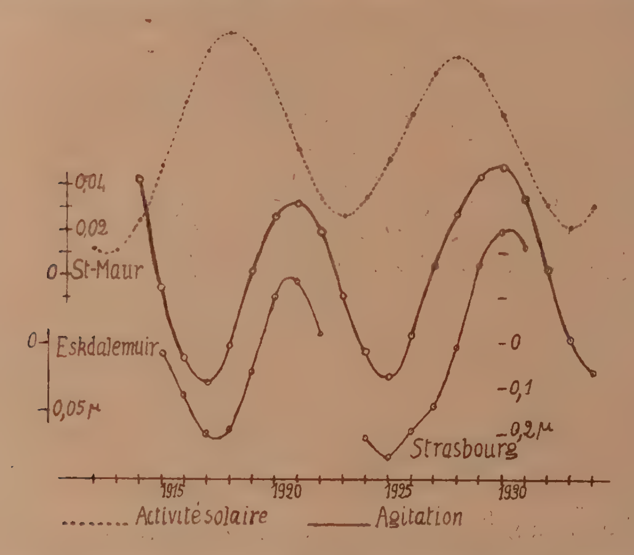
1910.	1911.	1912.	1913.	1914.	1915.	1916.	1917.	1918.
1,34	1,18	1,18	1,18	1,15	1,13	1,03	1,10	1,09

1919.	1920.	1921.	1322.	1923.	1924.	1925.	1926.	1927.
1,23	1,15	1,08	1,09	1,04	1,15	1,08	1,02	1,15

1928.	1929.	1930.	1931.	1932.	1933.	1934.	1935.	1936.	1937.
1,13	**1,20**	1,10	1,02	1,11	1,00	1,10	1,06	1,03	

Deux maxima très nets apparaissent en 1919-1920 et 1920-1930, deux ans après les maxima d'activité solaire de 1917 et 1927.

La variation undécennale de l'agitation a été isolée aussi complètement que possible par la méthode de M. Labrouste. On observe (voir la figure)



qu'elle est en quadrature avec celle de l'activité solaire, c'est-à-dire que le maximum de l'agitation se produit au moment de la plus rapide diminution des taches solaires.

D'autres stations européennes, Eskdalemuir (1913-1925) et Strasbourg (1920-1934), donnent des fragments de courbe en accord avec la précédente. La Plata, seule station hors d'Europe dont j'aie pu me procurer une série prolongée de mesures, fournit les moyennes annuelles suivantes de l'agitation, utilisant les deux composantes horizontales :

1926.	1927.	1928.	1929.	1930.	1931.
0,93	1,11	0,99	1,10	**1,18**	1,13

Comme on voit, la marche de ces moyennes annuelles suit étroitement celle du Parc-Saint-Maur (fait d'autant plus remarquable que la variation annuelle est inverse à La Plata de ce qu'elle est dans l'hémisphère Nord, le maximum moyen ayant lieu en juin). On retrouve le maximum de 1930, ainsi que le maximum secondaire de 1927, ce qui autorise à supposer que le cycle undécennal à La Plata a bien la même phase qu'en Europe.

Il serait d'un vif intérêt de vérifier ce fait dans d'autres régions du Globe.

Pour essayer d'interpréter ces résultats, il est nécessaire d'avoir recours aux hypothèses faites sur l'origine de l'agitation microséismique.

Celle-ci a été liée d'une façon de plus en plus précise à la présence de perturbations atmosphériques (cyclones et dépressions), non dans le voisinage immédiat de la station séismographique, mais au contraire parfois très éloignées, et généralement sur l'Océan.

Par suite, l'agitation constituerait une véritable mesure de l'activité des perturbations se développant dans une zone étendue autour de la station considérée, et ne représenterait pas seulement, comme les autres mesures météorologiques, ce qui se passe à la station d'observation.

Les perturbations atmosphériques passant au voisinage de l'Europe, et probablement aussi celles de l'Atlantique Sud, obéiraient donc, en fréquence et en intensité, à une variation périodique de 11 ans, avec maximum pendant la baisse d'activité solaire.

CYTOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *La congélation cellulaire et la synérèse*. Note de M. **Paul Becquerel**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Dans une Note précédente [1] sur la mort par le gel de la cellule végétale à la température de —190°, nous avions constaté que la mort à cette basse température n'était pas causée par une plasmolyse intense que le froid aurait provoquée. Elle aurait été amenée par un phénomène de synérèse entraînant au dégel la coagulation des substances colloïdales du cytoplasme et du noyau ressemblant souvent plus tard à une plasmolyse. Or ce phénomène de synérèse se produit-il à des températures moins basses ? C'est ce que nous avons recherché en soumettant des lambeaux d'épiderme vivant, des écailles

(1) P. Becquerel, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1269.

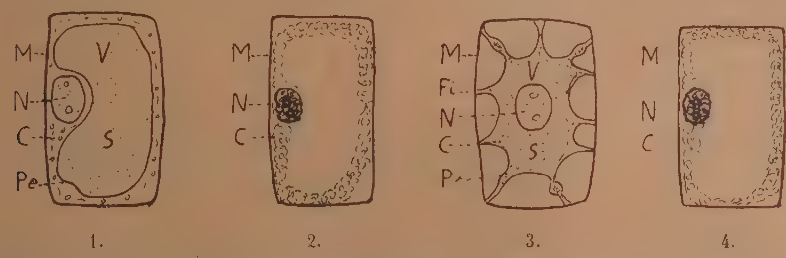
d'Oignon ou des pétales de Jacinthe rouge à des températures diverses de —150°, —100°, —50°, —25°, pendant dix minutes, avec refroidissement et dégel graduels. La méthode employée était celle de nos précédentes recherches. C'était l'examen direct sans aucun réactif, avec mesures micrométriques des mêmes cellules repérées avant, pendant et après le gel.

Les lambeaux d'épiderme vivant se trouvaient placés soit dans une solution de saccharose, soit à sec, soit dans l'huile de paraffine entre lame et lamelle. Les préparations étaient ensuite fixées au réservoir d'un thermomètre à pentane que l'on maintenait dans un cryostat, à une distance plus ou moins grande de la source froide, selon la température à atteindre.

Il résulte d'un très grand nombre d'expériences aux diverses températures indiquées que, quel que soit le mode de préparation, les modifications éprouvées par le cytoplasme et le noyau ont été les mêmes que celles que nous avions observées à —190°. Dans les épidermes de la base des pétales de la Jacinthe rouge, nous avons constaté les mêmes phénomènes de synérèse avec exsudation d'eau, amenant au dégel la coagulation des grosses micelles protéiques nouvellement formées. Le schéma suivant, concernant la cellule de l'épiderme de la base du pétale de la Jacinthe rouge montre la cellule en 1, vivante avant la congélation, et en 2 après la congélation. Le cytoplasme pariétal homogène vivant avec ses liposomes et ses mitochondries circule autour de la vacuole centrale chargée d'anthocyane rouge. Son noyau pariétal est légèrement granuleux avec son suc nucléaire et ses nucléoles. Les membranes plasmique et nucléaire sont intactes. La cellule est turgescente. Aussitôt saisi par le froid, le cytoplasme devient rigide en s'amincissant; le noyau se contracte légèrement. On ne saisit aucun changement apparent moléculaire. La vacuole se solidifie; sa teinte devient un peu plus rouge au centre. Au dégel en 2 la cellule perd sa turgescence; son cytoplasme et son nucléoplasme se décomposent en coagulant. Ses amicrons se sont transformés en microns, qui en floculant donnent le coagulum du nouveau gel irréversible. Cette décomposition a atteint la membrane plasmique périvacuolaire et la membrane nucléaire. Il en résulte la perte de l'hémiperméabilité, la rupture de toutes les forces osmotiques et la diffusion du suc cellulaire à travers le cytoplasme. Au bout d'un certain temps le coagulum se sépare de la paroi et donne l'illusion d'une plasmolyse, erreur que j'ai commise autrefois avec la plupart des physiologistes qui admettent encore aujourd'hui la plasmolyse cellulaire par le froid.

Pour être bien certain qu'il ne s'agit là que d'une pseudo-plasmolyse,

comme l'avait déjà entrevu W. S. Iljin [2] dans la congélation du Chou rouge sans en trouver la cause, j'ai réalisé les deux séries d'expériences suivantes : dans la première série j'ai soumis pendant quelques secondes à la température — 25° des cellules vivantes d'oignon, juste le temps suffisant pour atteindre le seuil de la congélation cellulaire, puis je les observais immédiatement après refroidissement dans une goutte de glycérine. J'obtenais ainsi en train de se plasmolyser, des cellules vivantes ayant résisté à la congélation à côté de cellules mortes au protoplasme synérésé et coagulé. Le contraste était saisissant. La pseudo-plasmolyse de la cellule morte



1, avant; 2, après gel et synérèse; 3, plasmolyse avant; 4, après gel, synérèse, déplasmolyse.
M, membrane cellulaire; N, noyau; C, cytoplasme pariétal; *pe*, pellicule endoplasmique; V, vacuole; S, suc cellulaire; F, fibrilles cytoplasmiques.

montrant le léger décollement du cytoplasme coagulé, n'avait rien de commun avec la véritable plasmolyse du cytoplasme vivant encore homogène, sa membrane périvacuolaire intacte et son suc cellulaire coloré.

Dans une deuxième série d'essais où nous avions fait la contre-épreuve, nous avons eu l'idée de commencer à plasmolyser dans une solution de saccharose des cellules vivantes de pétales de Jacinthe et de soumettre à l'action du froid, à — 50° par exemple, les cellules plasmolysées encore vivantes. Si le froid, selon la théorie classique, plasmolysait, il devrait accentuer la plasmolyse débutante et après son action nous devrions retrouver toutes les cellules entièrement plasmolysées. Les expériences ayant été effectuées, au lieu d'une accentuation de la plasmolyse nous avons trouvé une déplasmolyse. Cette déplasmolyse n'a commencé qu'au début du dégel. En quelques secondes le sac protoplasmique attiré par ses fibrilles, s'est rapproché de la paroi entraînant le noyau. Le cytoplasme et le noyau synérésés ont ensuite coagulé. N'étant plus retenu par la membrane endoplasmique décomposée, le suc cellulaire de la vacuole a diffusé

(2) *Protoplasma*, 20, h. 1, 1933, p. 1.

dans le cytoplasme coagulé et l'eau s'est échappée de la cellule. Mais la cellule n'a pas retrouvé son ancienne turgescence. Les schémas 3 et 4 figurent la plasmolyse avant le gel et la pseudo-déplasmolyse après le gel. La conclusion qui se dégage de ces expériences c'est que les froids allant de — 190° à — 25° ne tuent jamais la cellule végétale par plasmolyse. Ils déclenchent pendant la congélation des phénomènes de synérèse dans les systèmes colloïdaux du cytoplasme, du noyau et du suc cellulaire de la cellule. Au dégel cette synérèse aboutit pendant la nécrobiose à la formation d'un coagulum irréversible constitué de grosses particules colloïdales protéiques et donnant souvent l'illusion d'une plasmolyse ou d'une déplasmolyse.

BIOLOGIE FLORALE. — *Anomalies florales chez* Narcissus pseudonarcissus *L.* Note (¹) de Mme **Lucienne Lavier-George**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Au printemps 1937 en examinant les fleurs de Jonquilles récoltées dans une station du Loiret, j'ai pu constater une proportion relativement importante d'anomalies, les unes portant sur la forme (couronne fendue, étamines soudées par leurs filets ou soudées au tube du périanthe); les autres, beaucoup plus intéressantes, portant sur le nombre des pièces de chaque verticille, arrivent à constituer des types floraux réguliers différents du type normal de l'espèce. Les fleurs anormales se comportent au point de vue épanouissement comme les autres; pendant toute la durée de la floraison, la proportion est sensiblement la même, soit environ 2 pour 100.

En 1937, sur 5000 fleurs examinées j'en ai récolté 9 à 4 pièces au périanthe, disposées en un seul verticille, 17 à 5, 35 à 7, 32 à 8, 1 à 9, 1 à 10 et en 1938, sur 2300 j'en ai recueilli 6 à 4, 9 à 5, 15 à 7, 14 à 8, 1 à 12. L'anomalie de nombre, bien qu'évoluant dans les deux sens, paraît plus dirigée dans le sens supplétif que dans le sens déplétif, ainsi que l'indique la courbe ci-contre.

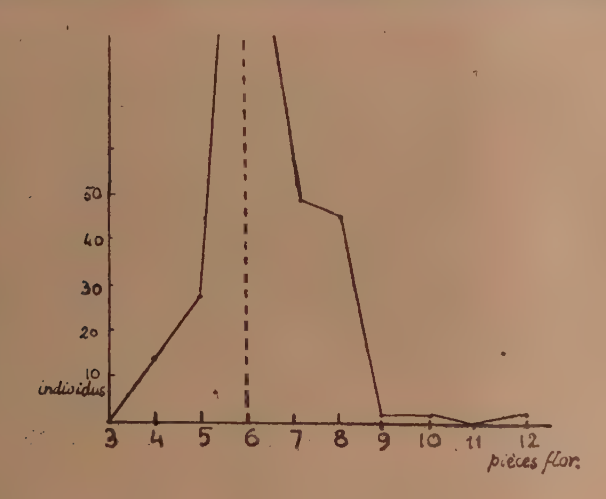
Les anomalies observées dans les différents verticilles se présentent dans les proportions suivantes : (les 4 premiers chiffres représentent successivement le nombre des pièces du périanthe, les nombres des étamines, des carpelles, des lobes stigmatiques; le dernier indique le nombre des

(¹) Séance du 16 mai 1938.

individus correspondant à cette formule).

4 P, 4 E, 2 C, 2 L — 14;	4 P, 4 E, 3 L, 2 C — 1;
5 P, 5 E, 3 C, 3 L — 8;	5 P, 5 E, 3 C, 2 L — 5;
5 P, 5 E, 2 C, 2 L — 5;	5 P, 6 E, 3 C, 3 L — 2;
7 P, 7 E, 3 C, 3 L — 13;	7 P, 7 E, 4 C, 4 L — 3;
7 P, 6 E, 3 C, 3 L — 3;	7 P, 7 E, 3 C, 4 L — 1;
8 P, 8 E, 4 C, 4 L — 16;	8 P, 8 E, 3 C, 3 L — 1;
8 P, 8 E, 4 C, 3 L — 2;	8 P, 8 E, 3 C, 4 L — 1.

Les types 7 et surtout 5 sont très variables en ce qui concerne le nombre



des pièces de chaque verticille; les types 8 et surtout 4 montrent une grande homogénéité avec parfaite alternance des pièces.

Dans toutes ces fleurs les grains de pollen sont semblables et de même taille.

Après autopollination artificielle, des graines se sont formées, bien embryonnées et ont été semées en 1937 et cette année; les germinations du premier lot se sont effectuées normalement, celles du deuxième commencent à poindre. Comme cela arrive fréquemment les bulbes transplantés en 1937 en pots et en serre n'ont donné cette année qu'une seule fleur à 4 P, 4 E, 2 C, 2 L provenant d'un bulbe ayant fourni l'an dernier le même type de fleur.

Les fleurs à 4 P, 4 E, 2 C, 2 L sont construites sur le même type que

celles de *Majanthemum bifolium* Wigg., avec bractée opposée à l'axe. Il est possible que cette forme soit stable.

La fréquence et la régularité du type 4 doit être signalée et rapprochée de la stabilité reconnue du même équilibre pour certaines espèces de Liliacées dites tétramères.

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Pouvoir trophophylactique de certaines huiles comestibles vis-à-vis des substances toxiques.* Note [1] de MM. **Pierre Lassablière, Maurice Uzan** et **Alain Monnet**, présentée par M. Charles Achard.

Nos expériences démontrent à nouveau l'action trophophylactique [2] de certaines huiles comestibles : huile d'olives, d'arachides, d'amandes douces, de palme, de sésame, vis-à-vis de substances toxiques (extrait d'*Amanita muscaria*, venin de cobra, sulfate de spartéine, cyanure de Hg).

Technique. — Les nombreuses souris utilisées ont été des souris blanches, femelles d'un poids environ de 20^g, provenant du même élevage. Avant de servir à notre expérimentation, elles ont été gardées au laboratoire au moins trois jours au préalable et soumises à des conditions aussi constantes que possible d'alimentation et de température ambiante.

Les différentes huiles ont été administrées par la voie sous-cutanée, à la dose de $0^{cm^3},5$, une demi-heure avant l'injection sous-cutanée de la substance toxique.

Résultats (voir le tableau ci-contre). — On voit que, sauf trois exceptions, sur les 84 animaux qui ont reçu une dose mortelle de toxiques, ceux qui ont été traités exclusivement par les différentes huiles, non seulement ont survécu plus longtemps que les témoins, mais encore dans de nombreux cas (38 pour 100) ont pu échapper définitivement à la mort. Cette action trophophylactique des huiles employées a été plus ou moins marquée, par suite des variations individuelles constatées chez les animaux, et suivant la nature de l'huile et du toxique lui-même.

D'autre part, comme l'un de nous l'avait démontré, les trophophylactines ne sauraient être confondues avec les vitamines. D'ailleurs on sait que les huiles n'en contiennent pas ou fort peu.

---

(1) Séance du 21 février 1938.

(2) P. Lassablière, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1893.

Survie des animaux intoxiqués et traités exclusivement avec des huiles.

Substance toxique et doses.	Survie moyenne des témoins.	Temps de survie des animaux traités avec les huiles				
		d'olives.	d'arachides.	de palmes.	de sésame.	d'amandes douces.
$0^{cm^3},2$ de sulfate de spartéine à 1 pour 100.	11^{min}	4 ont survécu	2 ont survécu	2 ont survécu	1 a survécu	3 ont survécu
	(6 témoins)	1 mort en 17^{min}	1 mort en 10^{min}	1 mort en 12^{h}		1 mort en 16^{h}
				1 » $2^{h}10$		
				1 » 2^{h}		
$0^{cm^3},5$ d'extrait hydro-alcoolique d'amanite.	$11^{h}15$	2 ont survécu	1 a survécu	1 a survécu	1 a survécu	1 a survécu
	(6 témoins)	1 mort en 15^{h}				
$0^{cm^3},3$ de venin de cobra...............	26^{min}	3 ont survécu	1 a survécu	1 mort en 11^{h}	2 morts en 15^{h}	1 mort en 21^{h}
	(8 témoins)	1 mort en $2^{h}25$	1 mort en $1^{h}25$	1 » 3^{h}	1 » $2^{h}35$	1 » 15^{h}
		1 » $1^{h}59$		1 » $2^{h}44$	1 » $2^{h}30$	1 » $1^{h}46$
		1 » $1^{h}47$		1 » $1^{h}44$	1 » $2^{h}26$	1 » $1^{h}30$
		1 » $1^{h}44$		1 » $1^{h}30$	1 » $2^{h}15$	
		1 » $1^{h}45$		1 » $0^{h}55$	1 » $1^{h}16$	
		1 » $1^{h}20$			1 » $1^{h}15$	
		1 » $0^{h}49$				
$0^{cm^3},25$ de cyanure de Hg.................	$1^{h}1$	1 mort en 35^{h}	1 mort en 24^{h}	1 mort en 15^{h}	1 a survécu	1 mort en 7^{min}
	(2 témoins)	2 » 6^{h}		1 » 6^{h}	1 mort en 10^{h}	

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Première contribution à l'étude de l'action des sels de calcium sur l'*Alcyonium palmatum *Pallas.* Note de M[lle] **Andrée Durivault**, présentée par M. Louis Bouvier.

Ayant étudié le squelette calcaire de l'*Alcyonium palmatum* ([1]), et ayant examiné tout spécialement, pour un travail en préparation, la structure des éléments spiculaires qui le constituent, nous avons tenté d'étudier l'action, sur cet Octocoralliaire, d'une quantité de calcium supérieure à celle qui lui est habituellement fournie par le milieu marin. Dans ce but, de jeunes colonies pigmentées furent placées dans une eau de mer maintenue à une température constante de 17°, aérée, renouvelée journellement et additionnée de glycérophosphate de chaux à 7 pour 1000. L'examen quotidien des colonies me permit de constater, qu'après 48 heures seulement de traitement, les Alcyons avaient irrémédiablement perdu toute trace de pigmentation. L'expérience fut arrêtée au bout d'un mois et les animaux fixés ensuite par une solution formolée capable de conserver le squelette calcaire dans son intégralité.

Un simple examen macroscopique permit alors de constater que les colonies, outre leur dépigmentation rapide, avaient acquis, au toucher, un contact onctueux et conservaient une position dressée, particulière, non accompagnée du gonflement habituel des digitations. Les cavités des polypes et les canaux endodermiques étaient devenus extrêmement visibles et se profilaient sur l'ensemble en cordons opaques et blanchâtres. Les polypes eux-mêmes étaient complètement dépourvus de leur coloration primitive et présentaient, en extension, une uniformité de teinte parfaite avec le reste de l'individu.

Sachant, d'après des recherches précédentes, que le pigment entre dans la combinaison organo-calcaire du spicule, on pouvait pressentir que notre Cœlentéré avait subi une modification profonde, que nous révélerait une étude microscopique détaillée. Des coupes, effectuées à différents niveaux, conduisent aux résultats suivants : tous les spicules ont non seulement perdu leur pigment, mais encore ont été plus ou moins profondément attaqués. La base d'attache de l'individu sur son support ne présente plus que quelques éléments squelettiques situés dans la profondeur de la

([1]) *Bull. Mus. Hist. nat.*, 2e série, 9, 1937, p. 278; *C. R. de la Soc. de Biol.*, 126, 1937, p. 781 et 1149.

mésoglée : il ne reste pas de spicules à contitution normale; les mieux conservés ont leurs verrues déchiquetées; d'autres ont acquis une structure fibrillaire et d'autres enfin, complètement décalcifiés, ne demeurent qu'à l'état de trace, visibles seulement par leur trame organique ténue et transparente.

C'est ainsi que la couche mésogléenne sous-ectodermique présente de nombreuses cavités, parfois limitées par une couche protoplasmique, résidu du cytoplasme cellulaire d'un spicule antérieurement normal. A 1^{cm} de la base de fixation il n'y a plus que des trames organiques spiculaires et des cavités mésogléennes. Plus on s'élève dans l'individu, plus les traces spiculaires diminuent; elles disparaissent même presque totalement au sommet des digitations et dans les polypes. Il s'est donc produit, sous l'influence du glycérophosphate de chaux, un grand bouleversement se manifestant, non seulement dans les éléments squelettiques de l'*Alcyonium*, mais aussi dans ses tissus. L'ectoderme et l'endoderme, qui, macroscopiquement, ont perdu leur pigmentation et ont acquis une opacité blanchâtre caractéristique, nous apparaissent, en coupes, bourrés de granulations arrondies ou polyédriques. Les réactions effectuées sur ces grains par une solution chlorhydrique faible, colorée par le bleu Poirier, montrent qu'ils sont de nature calcaire.

Cette expérience permet de retenir, en conclusion, plusieurs hypothèses. Le glycérophosphate de chaux est absorbé par les épithéliums de l'*Alcyonium* et, à leur niveau, la molécule de ce sel est désintégrée. Les trois éléments constitutifs : glycérine, acide phosphorique et calcium sont mis en évidence par les résultats suivants :

1° Enrobement de la surface externe de l'animal par un mucus dans lequel paraissent excrétés la glycérine et les éléments sucrés des granulés, expliquant ainsi le contact onctueux des individus traités.

2° Décalcification rapide des spicules calcaires, identique à celle produite par un acide dilué, avec dépigmentation et désagrégation plus ou moins totale de ceux-ci, à l'intérieur même de la mésoglée. Cette décalcification ne peut s'expliquer que par la pénétration de l'élément phosphorique à l'intérieur de l'individu.

3° Calcification spéciale qui s'observe facilement par le dépôt, dans l'ectoderme et l'endoderme, de granulations calcaires. Le calcium ainsi abandonné dans les épithéliums de l'*Alcyonium* provient évidemment aussi de la désintégration du glycérophosphate de chaux.

En outre, les résultats constatés permettent de mettre en évidence les

réactions protoplasmiques de cet animal vis-à-vis d'un sel assimilable. La rapidité de la dépigmentation des spicules et la présence abondante de calcaire dans l'ectoderme, comme dans l'endoderme, montrent que l'absorption de ce sel se fait aussi bien par l'extérieur que par l'intérieur. Cette expérience demande à être poursuivie, par l'essai de l'action d'autres sels de calcium jointe à une nourriture appropriée, ce que nous allons faire.

HÉMATOLOGIE. — *Point cryoscopique du sérum de divers mammifères.* Note (1) de MM. **Achille Urbain, Raymond Cahen** et **Jean Servier**, présentée par M. Charles Achard.

Les recherches de Portier et Duval (2), de Duval (3) sur la concentration moléculaire du milieu intérieur des animaux aquatiques, celles de Portier (4) et de Collip (5) sur le sang et le sérum de certains mammifères et oiseaux ont montré l'importance que présentait l'étude du sérum des animaux sauvages, qui n'avait pas encore été envisagée à ce point de vue.

La présente Note a pour objet la détermination du point de congélation du sérum de divers mammifères faisant partie de trois ordres zoologiques, Ongulés, Carnivores, Primates.

Les résultats de ces déterminations, effectuées suivant la technique précisée par Duval, sont consignés dans le Tableau suivant

			Valeur moyenne du point de congélation.
		Ongulés.	
Bovidés.	*Bovinés.*	Génisse	—0,61
		Gayal (*Bos frontalis*, Lambert)	—0,58
	Caprinés.	Chèvre naine	—0,70
		Mouflon de Corse (*Ovis musimon*, Pallas)	—0,68
		Mouflon à manchettes (*Ammotragus lervia*, Pallas)	—0,70
Camélidés.		Dromadaire (*Camelus dromaderius*, L.)	—0,76
		Lama (*Lama glama*, L.)	—0,68
		Guanaco (*Lama glama huanacus*, Molina)	—0,69

(1) Séance du 16 mai 1938.

(2) *Comptes rendus*, **174**, 1922, p. 1366 et 1493; *Comptes rendus*, **175**, 1922, p. 324 et 1105.

(3) *C. R. Soc. Biol.*, **89**, 1923, p. 303, *Thèse Doct. ès sciences*, Paris, 1925.

(4) *C. R. Soc. Biol.*, **62**, 1907, p. 627.

(5) *Journ. Biol. Chim.*, **49**, 1920, p. 207.

		Valeur moyenne du point de congélation.
Cervidés.	Daim (*Dama dama*, L.)	—0,62
	Cerf de France (*Cervus elaphus*, L.)	—0,62
	Cerf cochon (*Cervus porcinus*, Zimm.)	—0,64
	Cerf pseudaxis (*Cervus pseudaxis*, Gray)	—0,65
Equidés.	Cheval	—0,585
Éléphantidés.	Éléphant d'Asie (*Elephas maximus*, L.)	—0,54
	Carnivores.	
Canidés.	Chien	—0,67
Félidés.	Lion (*Felis leo*, L.)	—0,655
	Primates.	
Lasiopygidés.	Macaque (*Pithecus rhesus*, Audebert)	—0,625
	Papion (*Papio papio*, Desm.)	—0,68

L'examen de ce tableau permet de formuler ces conclusions :

1° Le point cryoscopique du sérum des mammifères envisagés paraît plus bas que celui signalé pour les espèces domestiques et inférieur à celui de l'homme;

2° Chez les Bovinés, les Cervidés, les Équidés, les Canidés, les Félidés le point cryoscopique reste au voisinage de — 0,60;

3° Le sérum des Camélidés et des Caprinés présente un point cryoscopique de — 0,70.

La séance est levée à 16h.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances d'avril 1938.

Encyclopédie pratique du naturaliste. XXVI. *Les Oiseaux de France*. Vol. I. *Introduction à l'étude de l'Ornithologie, Rapaces, Gallinacés, Colombins, Piciformes*, par A. Ménégaux. Paris, Paul Lechevalier et Fils, 1932; 1 vol. 16^cm.

Encyclopédie pratique du naturaliste. XXVII. *Les Oiseaux de France*. Vol. II. *Oiseaux d'eau et espèces voisines, Colymbiformes, Alciformes, Procellariiformes, Hariformes, Charadriiformes, Ansériformes, Pélécaniformes, Ciconiiformes, Phœncoptériformes, Gruiformes*, par A. Ménégaux. Paris, Paul Lechevalier et Fils, 1934; 1 vol. 16^cm.

IIe Congrès scientifique international de l'alimentation organisé par la Société scientifique d'hygiène alimentaire. *La science de l'alimentation en* 1937. Alençon, Imprimerie alençonnaise, s. d.; 1 vol. 25^cm.

— Idem. *Compte rendu des séances et discussion des rapports*. Alençon, Imprimerie alençonnaise, s. d.; 1 vol. 23^cm,5.

Traité de pharmacie chimique, par Paul Lebeau et Gaston Courtois. Tome II, fasc. I et II. Paris, Masson et Cie, 1938; 2 vol. 25^cm.

Le Saint Suaire de Turin devant la science, l'archéologie, l'histoire, l'iconographie, la logique, par Paul Vignon. Paris, Masson et Cie, 1938; 1 vol. 32^cm,5.

Annales de l'École nationale des Eaux et Forêts et de la station de Recherches et Expériences forestières. Tome VI, fasc. II. Nancy, Paris, Strasbourg, Berger-Levrault, 1937; 1 vol. 25^cm,5.

Une discipline nouvelle en mécanique : L'analyse mécanique, par Maurice d'Ocagne. Extrait de la *Revue Scientifique*. Paris, Bureau de la Revue scientifique, 1938; 1 fasc. 21^cm,5.

Hipocloruremias Post-Operatorias y su Tratamiento, par Reinaldo Martinez G. Guadalajara, 1937; 1 fasc. 23^cm.

Institut belge de Recherches radioscientifiques. Vol. VII. *L'Antenne rayonnante*, par Pierre Baudoux. Paris, Gauthier-Villars, 1938; 1 vol. 24^cm,5.

Asociación Quimicas Argentina, 25 Aniversario (1912-1937). *Actos Celebrados*. Buenos-Ayres, 1937; 1 fasc. 22^cm, 5.

— Idem. *Fundación. Obra Realizada*. Buenos-Ayres, 1937; 1 fasc. 22^cm,5.

VIIe Congrès international d'entomologie, du 15 au 20 août 1938. *Programme préliminaire*. 1 fasc. 20^cm,5 (en langues allemande, anglaise, française).

La sénescence et le rajeunissement, par PAUL NIEHANS. Paris, Vigot Frères, 1937; 1 vol. 21cm,5.

Des relations étroites qui existent entre le testicule et la prostate et de leur application dans l'Hypertrophie de la prostate, par PAUL NIEHANS. Extrait de *La Presse médicale*, n° 53, du 1er juillet 1936. Paris, Masson et Cie, s. d.; 1 fasc. 21cm.

Dix ans de traitement endocrinien de l'Hypertrophie de la prostate, par PAUL NIEHANS. Extrait de *La Presse médicale*, n° 102, du 22 décembre 1937. Paris, Masson et Cie, s. d.; 1 fasc. 21cm.

L'Hypertrophie de la prostate et la ligature de Steinach II, par PAUL NIEHANS. Vevey, Klausfelder S. A., 1937; 1 fasc. 21cm,5.

A Catalogue of Manuscript and Printed Documents Chiefly Americana Selected from the Archives and Manuscript Collections of the American Philosophical Society Held at Philadelphia for Promoting Useful Knowledge, December 28-31 1937, *on the occasion of the Annual Meeting of the American Historical Association and the Societies gathering concurrently*. Philadelphia, The American Philosophical Society, 1937; 1 vol. 25cm.

Gouvernement général de l'Indochine. Direction de l'Instruction publique. *Notes herpétologiques sur l'Indochine française*, par RENÉ BOURRET, XIV et XV. Hanoï, Bulletin général de l'Instruction Publique, 1937; 1 vol. 27cm.

ERRATA.

—

(Séance du 9 mai 1938.)

Note de M. *V. A. Nicolsky*, Méthode de calcul des dalles avec des moments d'inertie inégaux :

Page 1364, formule (1) (dans la partie droite de l'équation), *au lieu de* $1 = \eta^2$, *lire* $1 - \eta^2$.

Page 1365, lignes 7, 8, 10 et 11 (dans les formules), *au lieu de* μ_x et μ_y, *lire* M_x et M_y.